



**Restauration et reconnaissance des formes  
dans des images avec bruit de Poisson :  
application à l'analyse des neurones en microscopie  
de fluorescence.**

**François-Xavier Dupé**

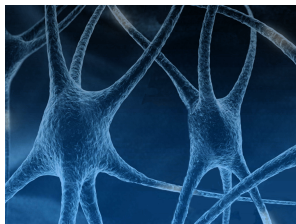
Directeurs : Luc Brun, Alain Buisson et Jalal Fadili.

Soutenance de thèse  
25 janvier 2010



Des maladies neurodégénératives toujours plus nombreuses :

- Creutzfeldt-Jakob : 1.5 cas par million d'habitants et par an ;
- Parkinson : 1 à 2 pour 1000 dans la population générale ;
- Alzheimer : plus de 850 000 patients en France, environ 200 000 nouveaux cas sont dénombrés par an dans le monde.

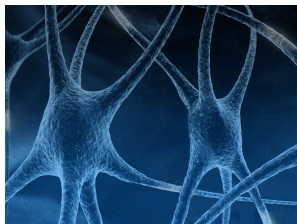




Des maladies neurodégénératives toujours plus nombreuses :

- Creutzfeldt-Jakob : 1.5 cas par million d'habitants et par an ;
- Parkinson : 1 à 2 pour 1000 dans la population générale ;
- Alzheimer : plus de 850 000 patients en France, environ 200 000 nouveaux cas sont dénombrés par an dans le monde.

⇒ Impact important dans notre société.





Effort important de recherche  
pour comprendre les mécanismes  
physiopathologiques.



Effort important de recherche  
pour comprendre les mécanismes  
physiopathologiques.

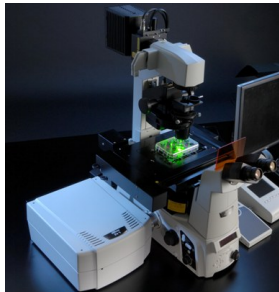
Nécessite l'observation des  
neurones à l'échelle  
microscopique.



Effort important de recherche pour comprendre les mécanismes physiopathologiques.

Nécessite l'observation des neurones à l'échelle microscopique.

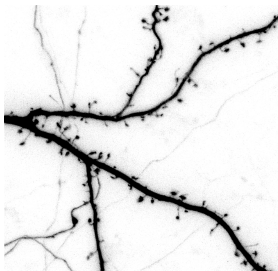
⇒ Utilisation d'un microscope confocal.





Acquisition par fluorescence :

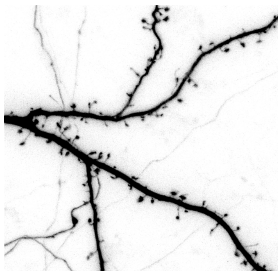
- ① un fluorophore (exemple : GFP) est introduit dans l'échantillon ;





Acquisition par fluorescence :

- 1 un fluorophore (exemple : GFP) est introduit dans l'échantillon ;
- 2 émission d'une lumière excitatrice ;

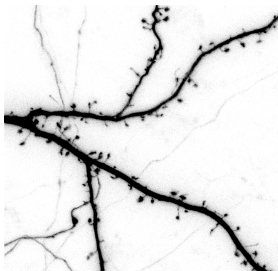






Acquisition par fluorescence :

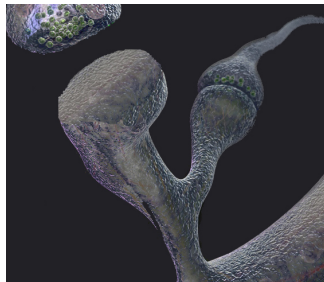
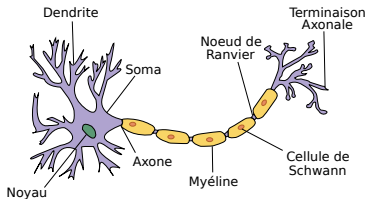
- 1 un fluorophore (exemple : GFP) est introduit dans l'échantillon ;
- 2 émission d'une lumière excitatrice ;
- 3 capteur pour récupérer la lumière émise.





## Analyse des épines dendritiques :

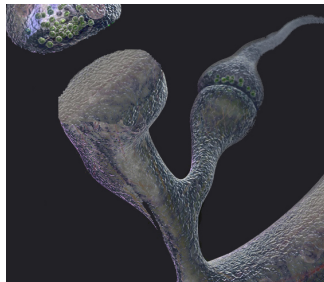
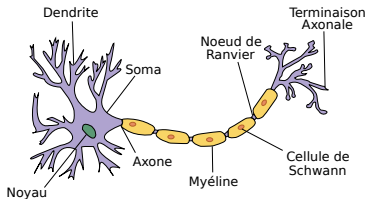
- sites important pour les transmissions inter-neurones :  
épines dendritiques =  
synapses ;





## Analyse des épines dendritiques :

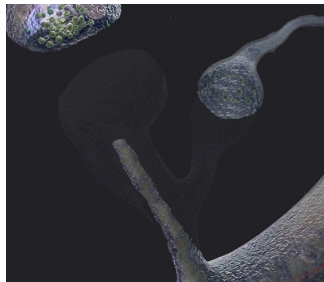
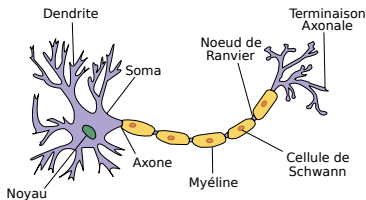
- sites importants pour les transmissions inter-neurones :  
épines dendritiques = synapses ;
- indicateurs de maladies.





## Analyse des épines dendritiques :

- sites importants pour les transmissions inter-neurones :  
**épines dendritiques = synapses** ;
- indicateurs de maladies.





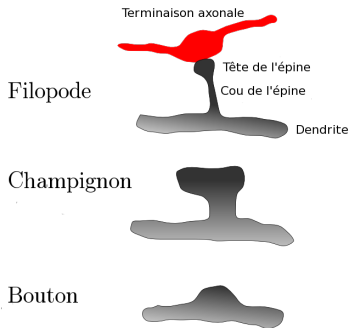
La morphologie d'une épine détermine son efficacité, sa stabilité et sa fonctionnalité.



La morphologie d'une épine détermine son efficacité, sa stabilité et sa fonctionnalité.

Grande plasticité des épines :

- 3 catégories principales ;

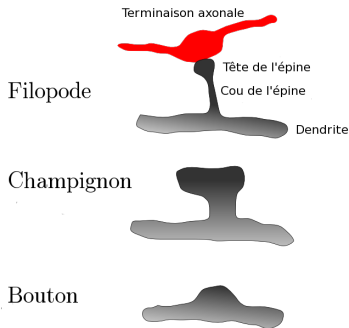




La morphologie d'une épine détermine son efficacité, sa stabilité et sa fonctionnalité.

Grande plasticité des épines :

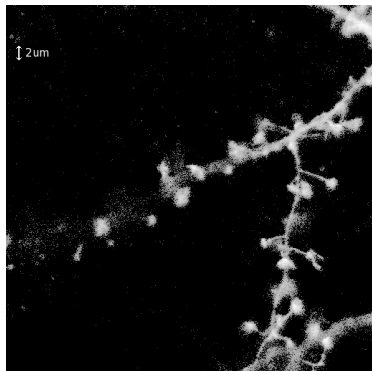
- 3 catégories principales ;
- un grand nombre de formes intermédiaires.





Des acquisitions dégradées par :

- du bruit (provenant de différentes sources) ;

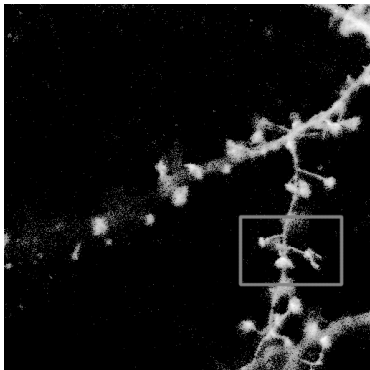






Des acquisitions dégradées par :

- du bruit (provenant de différentes sources) ;





Des acquisitions dégradées par :

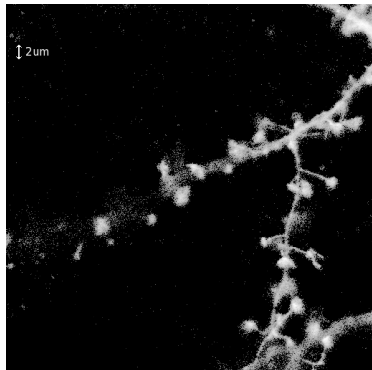
- du bruit (provenant de différentes sources) ;





Des acquisitions dégradées par :

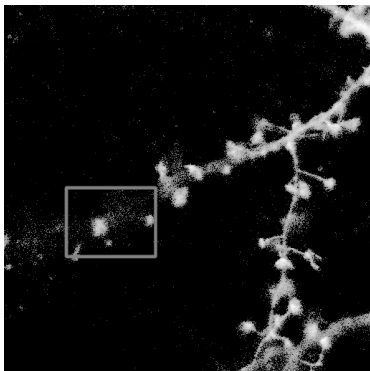
- du bruit (provenant de différentes sources) ;
- la présence de déchets et autres petits éléments ;





Des acquisitions dégradées par :

- du bruit (provenant de différentes sources) ;
- la présence de déchets et autres petits éléments ;





Des acquisitions dégradées par :

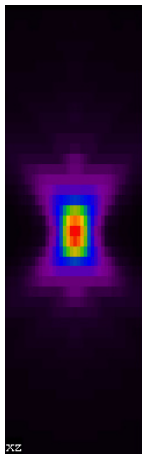
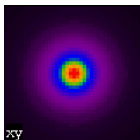
- du bruit (provenant de différentes sources) ;
- la présence de déchets et autres petits éléments ;





Des acquisitions dégradées par :

- du bruit (provenant de différentes sources) ;
- la présence de déchets et autres petits éléments ;
- limite de la résolution du microscope.



## 1 Chaîne de traitements



- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson



- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes

- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale

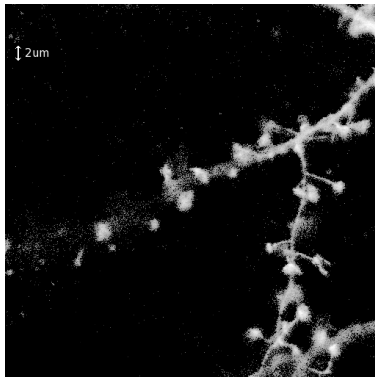
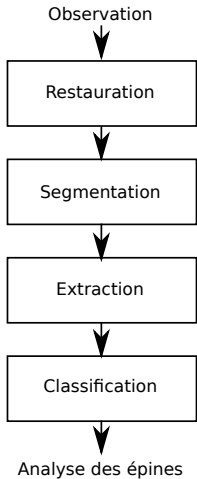
- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale
- 5 Conclusion et perspectives

- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale
- 5 Conclusion et perspectives



# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]





# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]

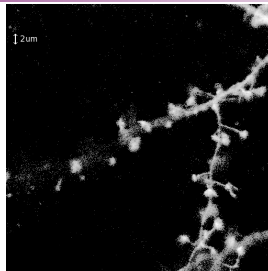
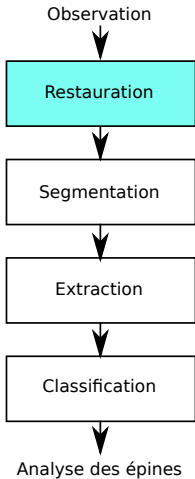


Image observée

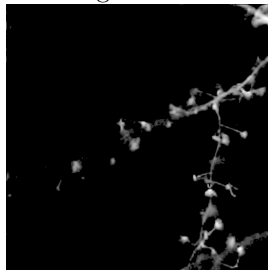


Image restaurée



# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]

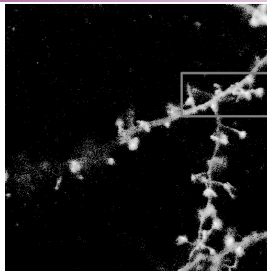
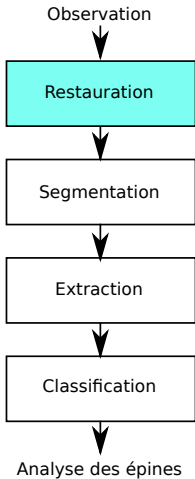


Image observée

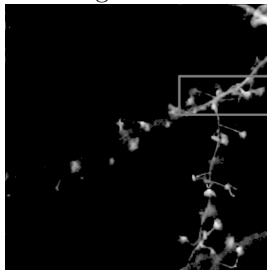


Image restaurée



# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]

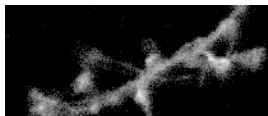
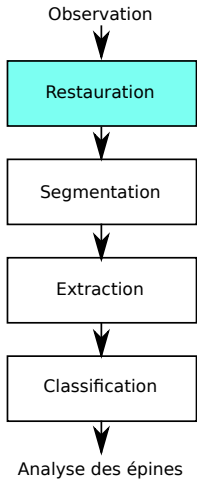


Image observée (zoom)



Image restaurée (zoom)





# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]

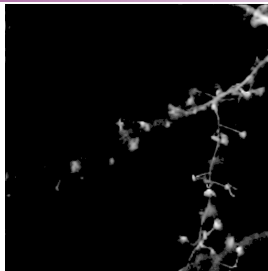
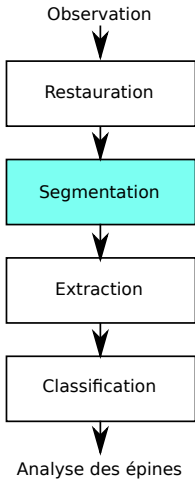


Image restaurée



Image segmentée



# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]

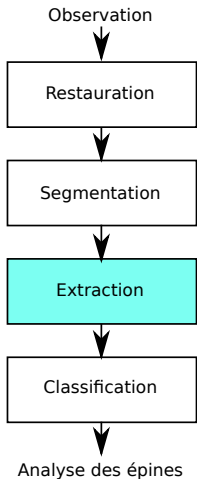
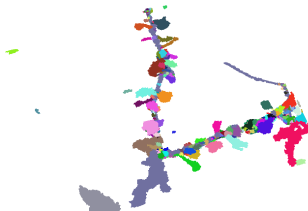


Image segmentée

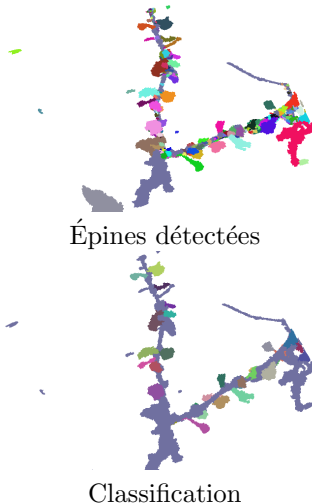
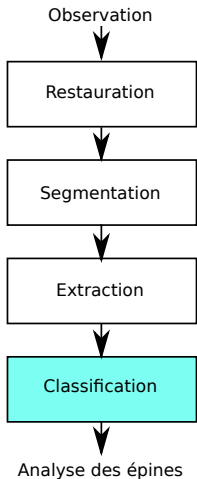


Épines détectées



# Chaîne de traitements

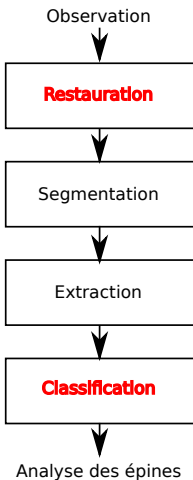
Les différentes étapes [Koh et al, 2002]





# Chaîne de traitements

Les différentes étapes [Koh et al, 2002]





La restauration permet :

- d'atténuer le bruit ;
- de restituer les détails fins (e.g. les liaisons) ;
- d'améliorer la morphologie des structures (e.g. épines).



La restauration permet :

- d'atténuer le bruit ;
- de restituer les détails fins (e.g. les liaisons) ;
- d'améliorer la morphologie des structures (e.g. épines).

⇒ facilite les traitements ultérieurs.



⇒ Séparer la structure neuronale du reste de l'image.

Plusieurs techniques sont possibles, par exemple :



⇒ Séparer la structure neuronale du reste de l'image.

Plusieurs techniques sont possibles, par exemple :

- seuillage global [Koh et al, 2002; Bai et al 2007], local [Cheng et al, 2007; Rodriguez et al 2007];





⇒ Séparer la structure neuronale du reste de l'image.

Plusieurs techniques sont possibles, par exemple :

- seuillage global [Koh et al, 2002 ; Bai et al 2007], local [Cheng et al, 2007 ; Rodriguez et al 2007] ;
- contours actifs [Zhou et al, 2008 ; Rink et Tönnies, 2006].



⇒ Détecter et isoler les éléments intéressants.

[Koh et al, 2002] propose le schéma suivant pour obtenir les épines :





⇒ Détecter et isoler les éléments intéressants.

[Koh et al, 2002] propose le schéma suivant pour obtenir les épines :

- ④ **squelettisation** → une représentation linéique de l'arborescence,





⇒ Détecter et isoler les éléments intéressants.

[Koh et al, 2002] propose le schéma suivant pour obtenir les épines :

- 1 **squelettisation** → une représentation linéique de l'arborescence,
- 2 **détection des excroissances**,





⇒ Détecter et isoler les éléments intéressants.

[Koh et al, 2002] propose le schéma suivant pour obtenir les épines :

- 1 **squelettisation** → une représentation linéique de l'arborescence,
- 2 **détection des excroissances**,
- 3 **préfiltrage** → enlever les éléments aberrants.





Détecter les épines et les catégoriser.



Détecter les épines et les catégoriser.

**Détecter** : ensemble de critères, classer par rapport à un ensemble d'attributs, etc ;



Détecter les épines et les catégoriser.

**Détecter** : ensemble de critères, classer par rapport à un ensemble d'attributs, etc ;

**Catégoriser** : schéma de classification, classifieur multi-classes, etc.



- 1 Chaîne de traitements
- 2 **Restauration sous bruit de Poisson**
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale
- 5 Conclusion et perspectives



Les principales sources de bruits :

- ① bruit de comptage (loi de Poisson),



Les principales sources de bruits :

- ① bruit de comptage (loi de Poisson),

Bruit de Poisson  $\Rightarrow$  bruit dépendant du signal.



Les principales sources de bruits :

- ① bruit de comptage (loi de Poisson),
- ② bruit d'émission secondaire (loi de Poisson),

Bruit de Poisson  $\Rightarrow$  bruit dépendant du signal.



Les principales sources de bruits :

- ① bruit de comptage (loi de Poisson),
- ② bruit d'émission secondaire (loi de Poisson),
- ③ bruit de lecture (loi normale).

Bruit de Poisson  $\Rightarrow$  bruit dépendant du signal.



## Equation de formation de l'image

$$y = gA + B, \quad A \sim \mathcal{P}(x \circledast h), \quad B : \text{bruit blanc gaussien},$$

- $y$  : l'observation ;
- $x$  : l'image réelle ;
- $\circledast$  : l'opérateur de convolution circulaire ;
- $h$  : la fonction d'étalement du point (PSF) ;
- $B$  : bruit de lecture.



## Equation de formation de l'image

$$y = gA + B, \quad A \sim \mathcal{P}(x \circledast h), \quad B : \text{bruit blanc gaussien},$$

- $y$  : l'observation ;
- $x$  : l'image réelle ;
- $\circledast$  : l'opérateur de convolution circulaire ;
- $h$  : la fonction d'étalement du point (PSF) ;
- $B$  : bruit de lecture.

## En négligeant le bruit de lecture

$$y/g \sim \mathcal{P}(x \circledast h) .$$



Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .





Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .

⇒ problème inverse mal posé



Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .

⇒ problème inverse mal posé

$$\hat{x} \in \arg \min_{x \in \mathcal{H}}$$

$$\underbrace{\Theta(y, x)}$$

Attache aux données

+

$$\underbrace{\Upsilon(x)}$$

Régularisation



Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .

⇒ problème inverse mal posé

$$\hat{x} \in \arg \min_{x \in \mathcal{H}}$$

$$\underbrace{\Theta(y, x)}$$

Attache aux données

+

$$\underbrace{\Upsilon(x)}$$

Régularisation

→ point de vue Bayésien : MAP.



Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .

⇒ problème inverse mal posé

$$\hat{x} \in \arg \min_{x \in \mathcal{H}} \underbrace{\Theta(y, x)}_{\text{Attache aux données}} + \underbrace{\Upsilon(x)}_{\text{Régularisation}}$$

- Réfléter la statistique du bruit ;

→ point de vue Bayésien : MAP.



Objectif : retrouver  $x$  à partir de  $y$ .

⇒ problème inverse mal posé

$$\hat{x} \in \arg \min_{x \in \mathcal{H}} \underbrace{\Theta(y, x)}_{\text{Attache aux données}} + \underbrace{\Upsilon(x)}_{\text{Régularisation}}$$

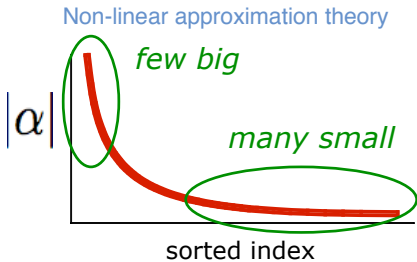
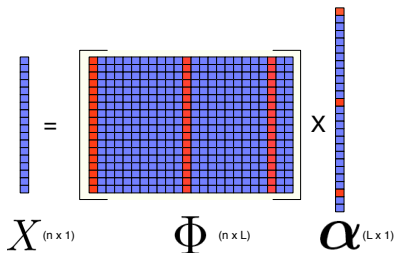
- Réfléter la statistique du bruit ;
- Parcimonie dans un dictionnaire redondant + positivité.

→ point de vue Bayésien : MAP.



Soit  $\mathcal{H}$  un espace de Hilbert.

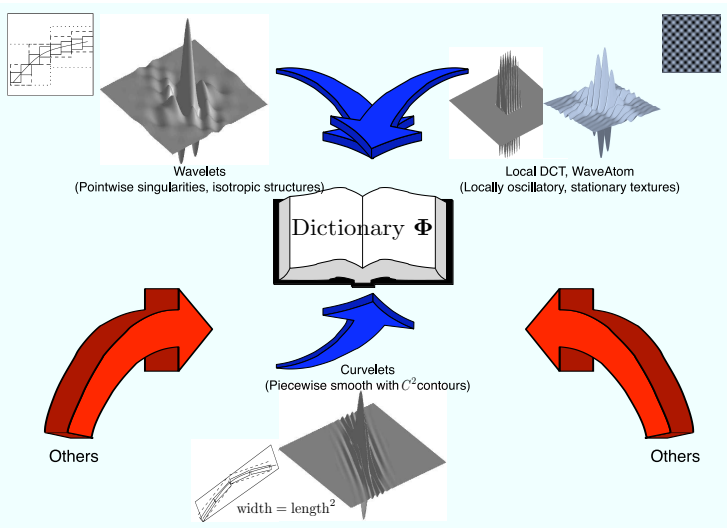
$$x = \sum_{\gamma \in \mathcal{S}} \alpha_{\gamma} \varphi_{\gamma}, \quad \varphi_{\gamma} \in \mathcal{D}_{\Phi},$$





# Régularisation par la parcimonie : Choix du dictionnaire

## Diversité morphologique





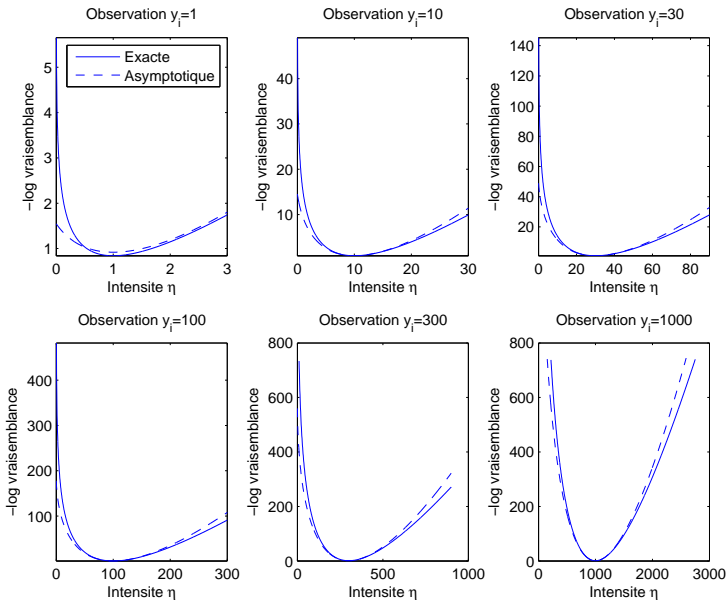
Deux possibilités pour gérer le bruit de Poisson :

<b>Stabilisation de la variance (e.g. Anscombe)</b>		<b>Prise en compte directe du bruit</b>	
ramène à un cadre gaussien	😊	vraisemblance exacte	😊
fonction convexe	😊	fonction convexe	😊
gradient $\kappa$ -Lipschitz	😊		
vraisemblance asymptotique	😞	gradient non Lipschitz	😞





# Problèmes inverses : Attache aux données





## Formulation avec un a priori synthèse

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}'} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$



## Formulation avec un a priori synthèse

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}'} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- $F_{\text{fid}}$  : la vraisemblance conditionnelle ;
- $\mathbf{H}$  : l'opérateur de convolution avec  $h$  ;
- $\Phi$  : le dictionnaire (trame) ;



## Formulation avec un a priori synthèse

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}'} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- $F_{\text{fid}}$  : la vraisemblance conditionnelle ;
- $\mathbf{H}$  : l'opérateur de convolution avec  $h$  ;
- $\Phi$  : le dictionnaire (trame) ;
- $\iota_{\mathcal{C}}$  : fonction indicatrice de l'ensemble convexe  $\mathcal{C}$  ;



## Formulation avec un a priori synthèse

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}'} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- $F_{\text{fid}}$  : la vraisemblance conditionnelle ;
- $\mathbf{H}$  : l'opérateur de convolution avec  $h$  ;
- $\Phi$  : le dictionnaire (trame) ;
- $\iota_{\mathcal{C}}$  : fonction indicatrice de l'ensemble convexe  $\mathcal{C}$  ;
- $\psi$  : fonction convexe favorisant la parcimonie ;
- $\gamma$  : paramètre d'équilibre entre le terme de régularisation et celui d'attache aux données.



## Formulation avec un a priori synthèse

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}'} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- $F_{\text{fid}}$  : la vraisemblance conditionnelle ;
- $\mathbf{H}$  : l'opérateur de convolution avec  $h$  ;
- $\Phi$  : le dictionnaire (trame) ;
- $\iota_{\mathcal{C}}$  : fonction indicatrice de l'ensemble convexe  $\mathcal{C}$  ;
- $\psi$  : fonction convexe favorisant la parcimonie ;
- $\gamma$  : paramètre d'équilibre entre le terme de régularisation et celui d'attache aux données.

A priori analyse dans le manuscrit.



- Caractérisation de plusieurs formulations du problème de déconvolution sous bruit de Poisson ;



- Caractérisation de plusieurs formulations du problème de déconvolution sous bruit de Poisson ;
  
- Dérivation des propriétés des minimiseurs ;





- Caractérisation de plusieurs formulations du problème de déconvolution sous bruit de Poisson ;
- Dérivation des propriétés des minimiseurs ;
- Proposition d'une série d'algorithmes pour résoudre les problèmes d'optimisation en utilisant un cadre proximal.



Généralisation de la projection aux ensembles convexes fermés.



Généralisation de la projection aux ensembles convexes fermés.

## Définition (Moreau, 1962)

*Soit  $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ . Pour tout  $x \in \mathcal{H}$ , la fonction  $z \mapsto f(z) + \frac{1}{2} \|z - x\|^2$  possède un unique minimum noté  $\text{prox}_f x$ . L'opérateur  $\text{prox}_f : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$  ainsi défini est l'opérateur proximal de  $f$ .*



Généralisation de la projection aux ensembles convexes fermés.

## Définition (Moreau, 1962)

Soit  $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ . Pour tout  $x \in \mathcal{H}$ , la fonction  $z \mapsto f(z) + \frac{1}{2} \|z - x\|^2$  possède un unique minimum noté  $\text{prox}_f x$ . L'opérateur  $\text{prox}_f : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$  ainsi défini est l'opérateur proximal de  $f$ .

## Quelques propriétés

- $\text{prox}$  est 1-1 ;
- de nombreuses règles de calcul (perturbation quadratique, translation, etc).

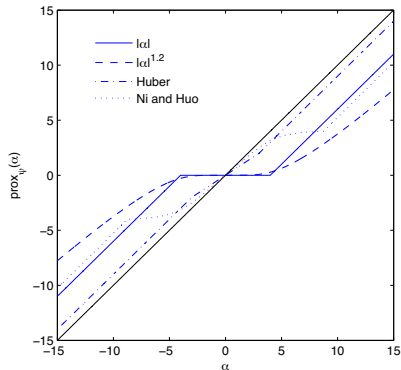
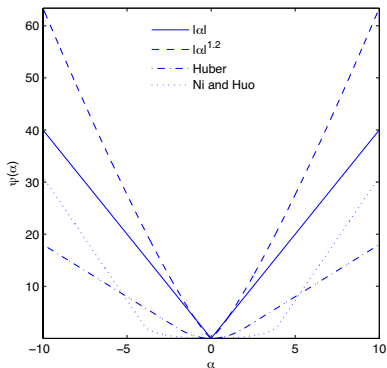


Supposons que  $\Psi = \sum_i \psi_i$ . Alors, sous des conditions générales qui sont explicitées dans le manuscrit,  $\text{prox}_{\gamma\Psi}(\beta) = \hat{\alpha}(\beta)$  possède exactement une solution continue découplée sur chaque coordonnée  $\beta_i$  :

$$\hat{\alpha}_i(\beta_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\beta_i| \leq \gamma\psi'_+(0) \\ \beta_i - \gamma\psi'(\hat{\alpha}_i) & \text{si } |\beta_i| > \gamma\psi'_+(0) \end{cases}$$

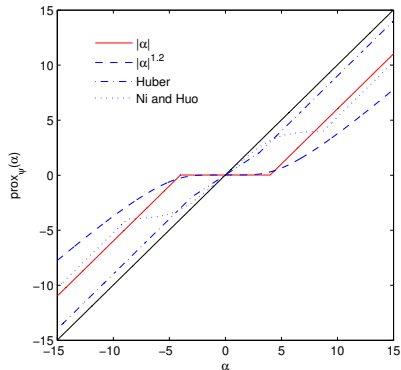
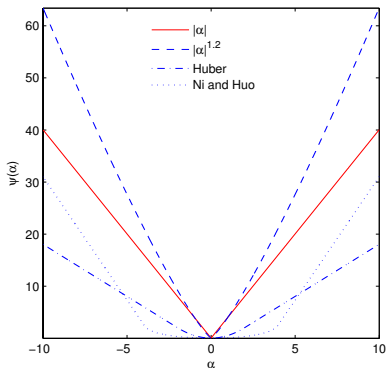


$$\hat{\alpha}_i(\beta_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\beta_i| \leq \gamma\psi'_+(0) \\ \beta_i - \gamma\psi'(\hat{\alpha}_i) & \text{si } |\beta_i| > \gamma\psi'_+(0) \end{cases}$$





$$\hat{\alpha}_i(\beta_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\beta_i| \leq \gamma\psi'_+(0) \\ \beta_i - \gamma\psi'(\hat{\alpha}_i) & \text{si } |\beta_i| > \gamma\psi'_+(0) \end{cases}$$





Soient  $\mathbf{F}$  un opérateur linéaire borné,  $\mathbf{A} = \mathbf{F} + y$ ,  $y \in \mathcal{H}$  et  $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ .

$\mathbf{F}$  est une trame ajustée de constante  $c$

$$\text{prox}_{f \circ \mathbf{A}}(x) = x + c^{-1} \mathbf{F}^* (\text{prox}_{cf} - \mathbf{I})(\mathbf{F} - y) .$$





## Opérateur proximal d'une composition avec un opérateur affine

Soient  $\mathbf{F}$  un opérateur linéaire borné,  $\mathbf{A} = \mathbf{F} + y$ ,  $y \in \mathcal{H}$  et  $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ .

$\mathbf{F}$  est une trame de borne supérieure  $c_2$

Soit  $\mu_t \in (0, 2/c_2)$ , nous définissons les suites  $(u_t)_{t \in \mathbb{N}}$  et  $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$  telles que,

$$\begin{aligned}u_{t+1} &= \mu_t(\mathbf{I} - \text{prox}_{f/\mu_t}) \circ (u_t/\mu_t + \mathbf{A}p_t) , \\p_{t+1} &= x - \mathbf{F}^* u_{t+1} .\end{aligned}$$

Alors  $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$  converge linéairement vers  $\text{prox}_{f \circ \mathbf{A}}(x)$ .



Soient  $\mathbf{F}$  un opérateur linéaire borné,  $\mathbf{A} = \mathbf{F} + y$ ,  $y \in \mathcal{H}$  et  $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ .

$\mathbf{F}$  est une trame de borne supérieure  $c_2$

Soit  $\mu_t \in (0, 2/c_2)$ , nous définissons les suites  $(u_t)_{t \in \mathbb{N}}$  et  $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$  telles que,

$$\begin{aligned}u_{t+1} &= \mu_t(\mathbf{I} - \text{prox}_{f/\mu_t}) \circ (u_t/\mu_t + \mathbf{A}p_t) , \\p_{t+1} &= x - \mathbf{F}^* u_{t+1} .\end{aligned}$$

Alors  $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$  converge linéairement vers  $\text{prox}_{f \circ \mathbf{A}}(x)$ .

Si  $\mathbf{F}$  n'est pas une trame, alors la suite  $(p_t)_{t \in \mathbb{N}}$  converge en  $\mathcal{O}(1/t)$ .



### Problème

$$\min_{x \in \mathcal{H}} f(x) = \sum_{l=1}^L f_l(x), \quad \forall l, f_l \in \Gamma_0(\mathcal{H}), f_l \text{ simples}, f \in \Gamma_0(\mathcal{H}).$$



### Problème

$$\min_{x \in \mathcal{H}} f(x) = \sum_{l=1}^L f_l(x), \quad \forall l, f_l \in \Gamma_0(\mathcal{H}), f_l \text{ simples}, f \in \Gamma_0(\mathcal{H}).$$

### Algorithme proximal

$$\hat{x} \in \arg \min f \iff \hat{x} = \text{prox}_{\tau f} \hat{x}, \quad \tau > 0.$$



### Problème

$$\min_{x \in \mathcal{H}} f(x) = \sum_{l=1}^L f_l(x), \quad \forall l, f_l \in \Gamma_0(\mathcal{H}), f_l \text{ simples}, f \in \Gamma_0(\mathcal{H}).$$

### Algorithme proximal

$$\hat{x} \in \arg \min f \iff \hat{x} = \text{prox}_{\tau f} \hat{x}, \quad \tau > 0.$$

Difficulté : calculer  $\text{prox}_{\tau f}$ .



# Décomposition : Principe

---

Idée : remplacer le calcul de  $\text{prox}_{\tau f}$  par une séquence de calculs faisant intervenir les  $\text{prox}_{f_i}$ .



# Décomposition : Principe

Idée : remplacer le calcul de  $\text{prox}_{\tau f}$  par une séquence de calculs faisant intervenir les  $\text{prox}_{f_i}$ .

Dans le cas  $L = 2$  :

Méthode	Hypothèses	Itération
<b>Explicite-Implicite (FB)</b> [Gabay, 1983]	$f_1$ a un gradient Lipschitz	$x_{t+1} = \text{prox}_{\tau f_2}(\mathbf{I} - \tau \nabla f_1)(x_t)$
<b>Implicite-Implicite</b> [Lions, 1978; Passty, 1979]	$f_1$ et $f_2$ dans $\Gamma_0(\mathcal{H})$ , mais...	$x_{t+1} = \text{prox}_{f_1} \text{prox}_{f_2}(x_t)$
<b>Douglas/Peaceman-Rachford (DR)</b> [Lions et Mercier, 1979]	$f_1$ et $f_2$ dans $\Gamma_0(\mathcal{H})$	$x_{t+1} = (\text{prox}_{f_1}(2 \text{prox}_{f_2} - \mathbf{I}) + \mathbf{I} - \text{prox}_{f_2})(x_t)$



# Décomposition : Principe

Idée : remplacer le calcul de  $\text{prox}_{\tau f}$  par une séquence de calculs faisant intervenir les  $\text{prox}_{f_i}$ .

Dans le cas  $L = 2$  :

Méthode	Hypothèses	Itération
<b>Explicite-Implicite (FB)</b> [Gabay, 1983]	$f_1$ a un gradient Lipschitz	$x_{t+1} = \text{prox}_{\tau f_2}(\mathbf{I} - \tau \nabla f_1)(x_t)$
<b>Implicite-Implicite</b> [Lions, 1978; Passty, 1979]	$f_1$ et $f_2$ dans $\Gamma_0(\mathcal{H})$ , mais...	$x_{t+1} = \text{prox}_{f_1} \text{prox}_{f_2}(x_t)$
<b>Douglas/Peaceman-Rachford (DR)</b> [Lions et Mercier, 1979]	$f_1$ et $f_2$ dans $\Gamma_0(\mathcal{H})$	$x_{t+1} = (\text{prox}_{f_1}(2 \text{prox}_{f_2} - \mathbf{I}) + \mathbf{I} - \text{prox}_{f_2})(x_t)$

Problème : dans notre cas,  $L = 3$ .





## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$



## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

## Première approche

Se ramener au cas  $L = 2$  et profiter de la robustesse aux erreurs des schémas FB et DR. Mais,  $F_{\text{fid}}$  doit être à gradient Lipschitz. Utilisation de sous-itérations.



## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

## Première approche

Se ramener au cas  $L = 2$  et profiter de la robustesse aux erreurs des schémas FB et DR. Mais,  $F_{\text{fid}}$  doit être à gradient Lipschitz. Utilisation de sous-itérations.

## Deuxième approche

Décomposition pour  $L \geq 2$ , mais composition par des opérateurs affines.



Déclinaisons de la 1<sup>re</sup>  
approche :

Itération Extérieure	Itération In- térieure
FB	DR FB
DR	FB DR



Exemple avec FB+DR [Dupé et al, 2009]  
Déconvolution avec stabilisation

Déclinaisons de la 1<sup>re</sup>  
approche :

Itération Extérieure	Itération Intérieure
FB	DR FB
DR	FB DR

## 1. Initialisation

### 2. Itération extérieure (FB)

Descente de gradient (étape explicite).

Calcul de  $\text{prox}_{f_2+f_3}$ .

### Itération intérieure (DR)

Calcul de  $\text{prox}_{f_2} = \text{prox}_{\iota_C \circ \Phi}$ .

Calcul de  $\text{prox}_{f_3} = \text{prox}_{\gamma\Psi}$ .

Calcul de la nouvelle estimée.



## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- Rééchantillonnage aléatoire;



## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- Rééchantillonnage aléatoire ;
- Méthodes de perturbations ;



## Rappel du problème

$$(P) : \min_{\alpha \in \mathcal{H}} \underbrace{-F_{\text{fid}} \circ \mathbf{H} \circ \Phi(\alpha)}_{f_1(\alpha) : \text{attache aux données}} + \underbrace{\iota_{\mathcal{C}} \circ \Phi(\alpha)}_{f_2(\alpha) : \text{positivité}} + \underbrace{\gamma \sum_{i=1}^L \psi(\alpha[i])}_{f_3(\alpha) : \text{parcimonie}}$$

- Rééchantillonnage aléatoire ;
- Méthodes de perturbations ;
- Estimateurs non biaisés de l'EQM : SURE, GCV.

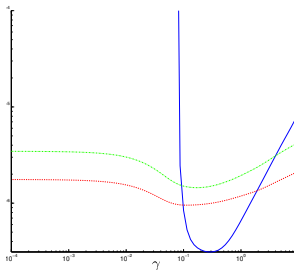




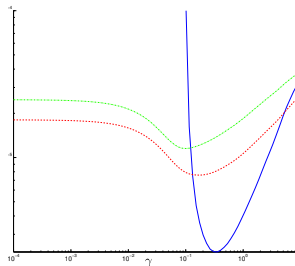
Problème : trouver  $\hat{\gamma} \in \arg \min \text{GCV}(\gamma)$ .

$$\text{GCV}(\gamma) = \frac{\left\| z - 2\sqrt{\mathbf{H}\Phi\alpha^*(z) + \frac{3}{8}} \right\|^2}{(n - df)^2},$$
$$df \approx \|\text{SoftThresh}(\alpha^*)\|_0 .$$

EQM  
MAE  
GCV



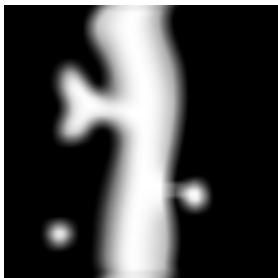
Cameraman



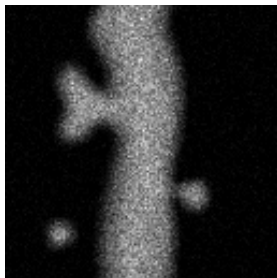
Fantôme de neurone



Image originale



Convluée avec un  
moyeneur  $7 \times 7$

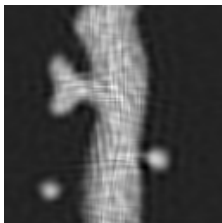


Convluée et bruitée.

Intensité maximale : 30, dictionnaire : curvelets.



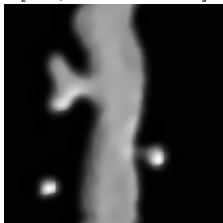
[Dey et al, 2004]



Vraisemblance gaussienne



[Starck et al, 1995]



[Willett et Nowak, 2004]



Approche stabilisée



Approche non stabilisée



# Résultats : fantôme de neurone

Approche stabilisée

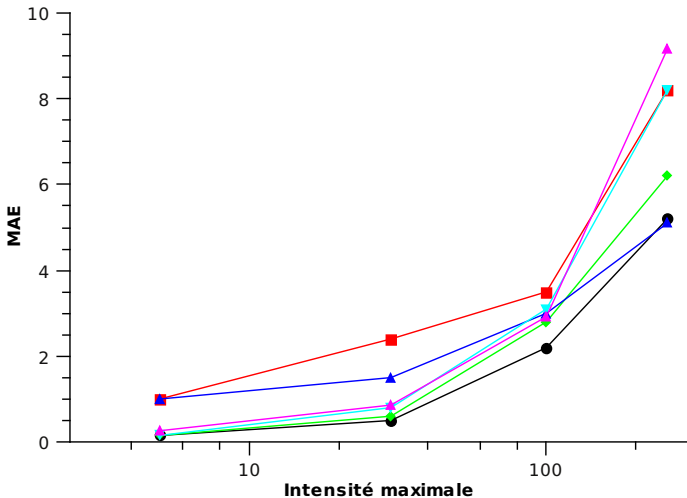
Vraisemblance gaussienne

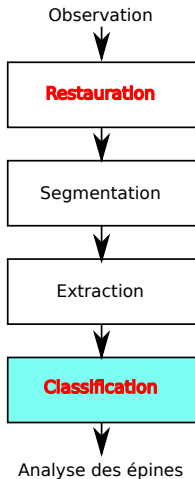
[Starck et al, 1995]

[Dey et al, 2004]

[Willett et Nowak, 2004]

Approche non stabilisée





- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes**
- 4 Application à la microscopie confocale
- 5 Conclusion et perspectives



Forme



Squelette

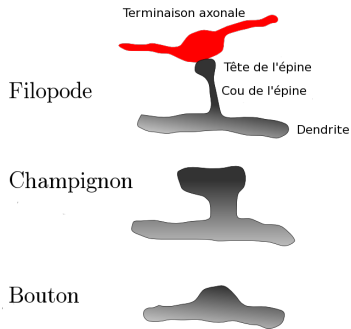


Graphe



Attributs

Motivation : forme tubulaire des épines.





Forme



Squelette



Graphe



Attributs







Forme



Squelette



Graphe



Attributs





Forme



Squelette



Graphe



Attributs



a) le graphe



b) la segmentation induite



Forme



Squelette



Graphe



Attributs

*Sommets :*

- distance au centre de gravité.

*Arêtes :*

- évolution du rayon et de l'orientation ;
- périmètre de la bordure à l'origine de la branche du squelette [Torsello et Hancock, 2004].



Forme



Squelette



Graphe



Attributs

*Sommets :*

- distance au centre de gravité.

*Arêtes :*

- évolution du rayon et de l'orientation ;
- périmètre de la bordure à l'origine de la branche du squelette [Torsello et Hancock, 2004].

Mesure de pertinence pour les arêtes [Torsello et Hancock, 2004].



Similarité entre formes  $\iff$  Similarité entre graphes.



Similarité entre formes  $\iff$  Similarité entre graphes.

Principe : Induire un plongement dans un espace de Hilbert.



Similarité entre formes  $\iff$  Similarité entre graphes.

Principe : Induire un plongement dans un espace de Hilbert.

$$k(G_1, G_2) = \langle \eta(G_1), \eta(G_2) \rangle$$

- $\eta$  projecteur dans un espace vectoriel ;
- $k$  fonction noyau.



Similarité entre formes  $\iff$  Similarité entre graphes.

Principe : Induire un plongement dans un espace de Hilbert.

$$k(G_1, G_2) = \langle \eta(G_1), \eta(G_2) \rangle$$

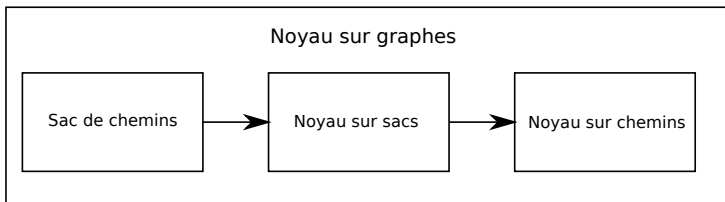
- $\eta$  projecteur dans un espace vectoriel ;
- $k$  fonction noyau.

L'induction est valable uniquement si  $k$  est défini positif.



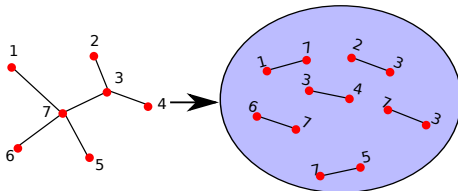
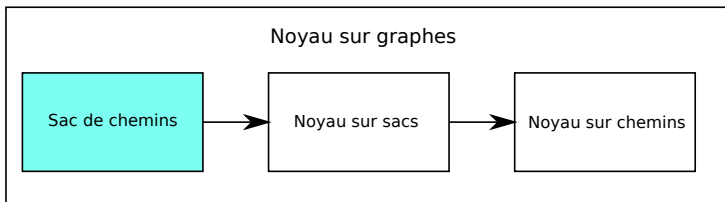


Trois étapes indépendantes pour la construction d'un noyau.



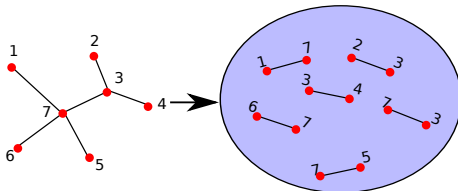
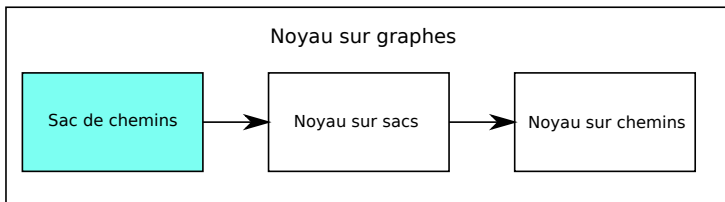


Trois étapes indépendantes pour la construction d'un noyau.





Trois étapes indépendantes pour la construction d'un noyau.



Comparer les sacs de chemins  $\Rightarrow$  estimer la similarité entre les graphes.



- tous les chemins [Kashima et al, 2002 ; Borgwardt et al, 2005] ;



- tous les chemins [Kashima et al, 2002 ; Borgwardt et al, 2005] ;
- l'ensemble des chemins élémentaires formés par le chemin le plus court entre chaque paire de sommets [Borgwardt et al, 2005] ;



- tous les chemins [Kashima et al, 2002 ; Borgwardt et al, 2005] ;
- l'ensemble des chemins élémentaires formés par le chemin le plus court entre chaque paire de sommets [Borgwardt et al, 2005] ;
- tous les chemins élémentaires jusqu'à une certaine longueur [Suard et al, 2006].



- tous les chemins [Kashima et al, 2002 ; Borgwardt et al, 2005] ;
- l'ensemble des chemins élémentaires formés par le chemin le plus court entre chaque paire de sommets [Borgwardt et al, 2005] ;
- tous les chemins élémentaires jusqu'à une certaine longueur [Suard et al, 2006].

Méthodes sans a priori sur les objets représentés par les graphes.



Première méthode : garder un faible pourcentage des chemins les plus pertinents.





Première méthode : garder un faible pourcentage des chemins les plus pertinents.

- Facile à implémenter 😊 ;



Première méthode : garder un faible pourcentage des chemins les plus pertinents.

- Facile à implémenter 😊 ;
- Rapide 😊.



Première méthode : garder un faible pourcentage des chemins les plus pertinents.

- Facile à implémenter 😊 ;
- Rapide 😊.
- Des parties de la forme peuvent être perdues 😞 ;



Première méthode : garder un faible pourcentage des chemins les plus pertinents.

- Facile à implémenter 😊 ;
- Rapide 😊.
- Des parties de la forme peuvent être perdues 😞 ;
- Redondance de l'information 😞.



Deuxième méthode : couvrir le graphe avec le moins de chemins possible.



Deuxième méthode : couvrir le graphe avec le moins de chemins possible.

## Réécriture en problème d'optimisation

$$S \in \arg \min_{l \subseteq L} -\omega(l) + \lambda \text{Card}(l), \quad t.q. l \text{ couvre } G$$

$\omega(l)$  : la somme des poids des chemins dans  $l$ .

$\text{Card}(l)$  : le nombre de chemins présent dans  $l$ .

$\lambda$  : paramètre d'équilibre.



Deuxième méthode : couvrir le graphe avec le moins de chemins possible.

## Réécriture en problème d'optimisation

$$S \in \arg \min_{l \subseteq L} -\omega(l) + \lambda \text{Card}(l), \quad t.q. l \text{ couvre } G$$

$\omega(l)$  : la somme des poids des chemins dans  $l$ .

$\text{Card}(l)$  : le nombre de chemins présent dans  $l$ .

$\lambda$  : paramètre d'équilibre.

- Faible redondance 😊 ;



Deuxième méthode : couvrir le graphe avec le moins de chemins possible.

## Réécriture en problème d'optimisation

$$S \in \arg \min_{l \subseteq L} -\omega(l) + \lambda \text{Card}(l), \quad t.q. l \text{ couvre } G$$

$\omega(l)$  : la somme des poids des chemins dans  $l$ .

$\text{Card}(l)$  : le nombre de chemins présent dans  $l$ .

$\lambda$  : paramètre d'équilibre.

- Faible redondance 😊 ;
- Pas de perte de description 😊 ;





Deuxième méthode : couvrir le graphe avec le moins de chemins possible.

## Réécriture en problème d'optimisation

$$S \in \arg \min_{l \subseteq L} -\omega(l) + \lambda \text{Card}(l), \quad t.q. l \text{ couvre } G$$

$\omega(l)$  : la somme des poids des chemins dans  $l$ .

$\text{Card}(l)$  : le nombre de chemins présent dans  $l$ .

$\lambda$  : paramètre d'équilibre.

- Faible redondance 😊 ;
- Pas de perte de description 😊 ;
- Problème NP-complet 😞 .



Résolution : algorithme par [Guo et al, 2006] (programmation dynamique).

Problème : complexité en  $\mathcal{O}(2^r rq)$

$r$  : nombre maximal de chemin couvrant une arête ;

$q$  : taille de l'ensemble d'entrée.



Résolution : algorithme par [Guo et al, 2006] (programmation dynamique).

Problème : complexité en  $\mathcal{O}(2^r rq)$

$r$  : nombre maximal de chemin couvrant une arête ;  
 $q$  : taille de l'ensemble d'entrée.

Solution proposée : forcer  $r < R$ .



Résolution : algorithme par [Guo et al, 2006] (programmation dynamique).

Problème : complexité en  $\mathcal{O}(2^r rq)$

$r$  : nombre maximal de chemin couvrant une arête ;  
 $q$  : taille de l'ensemble d'entrée.

Solution proposée : forcer  $r < R$ .

Principe : simplifier le problème



Résolution : algorithme par [Guo et al, 2006] (programmation dynamique).

Problème : complexité en  $\mathcal{O}(2^r rq)$

$r$  : nombre maximal de chemin couvrant une arête ;  
 $q$  : taille de l'ensemble d'entrée.

Solution proposée : forcer  $r < R$ .

Principe : simplifier le problème

- 1 enlever itérativement les chemins les moins pertinents tout en conservant une couverture du graphe (approche gloutonne) ;



Résolution : algorithme par [Guo et al, 2006] (programmation dynamique).

Problème : complexité en  $\mathcal{O}(2^r rq)$

$r$  : nombre maximal de chemin couvrant une arête ;  
 $q$  : taille de l'ensemble d'entrée.

Solution proposée : forcer  $r < R$ .

Principe : simplifier le problème

- 1 enlever itérativement les chemins les moins pertinents tout en conservant une couverture du graphe (approche gloutonne) ;
- 2 utiliser la sortie de l'étape 1 comme entrée de l'algorithme de couverture.

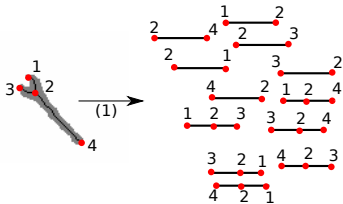


# Sacs de chemins : Exemple





# Sacs de chemins : Exemple

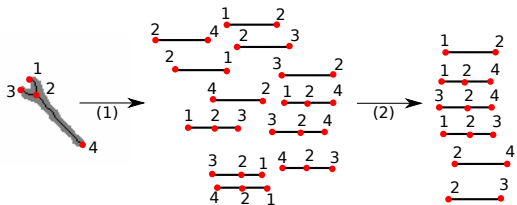


- ① prendre tous les chemins jusqu'à une certaine longueur,





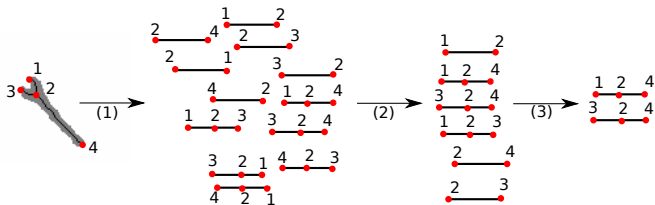
# Sacs de chemins : Exemple



- 1 prendre tous les chemins jusqu'à une certaine longueur,
- 2 réduire la redondance,



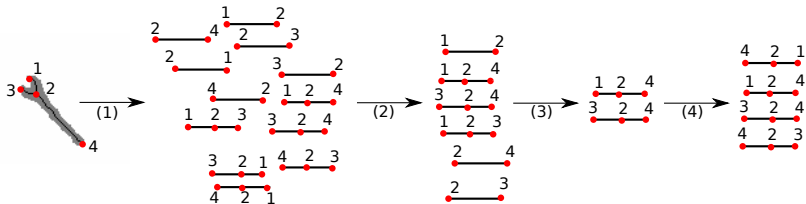
# Sacs de chemins : Exemple



- 1 prendre tous les chemins jusqu'à une certaine longueur,
- 2 réduire la redondance,
- 3 couverture de cardinalité minimale et de poids maximal,



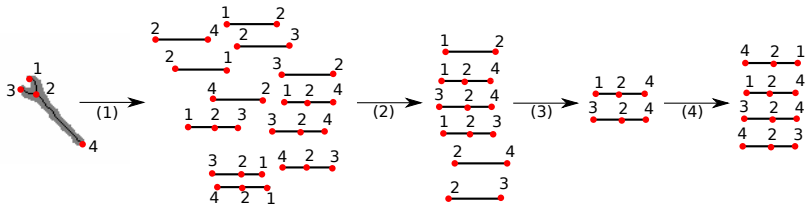
# Sacs de chemins : Exemple



- 1 prendre tous les chemins jusqu'à une certaine longueur,
- 2 réduire la redondance,
- 3 couverture de cardinalité minimale et de poids maximal,
- 4 ajouter le symétrique de chaque chemin.



# Sacs de chemins : Exemple

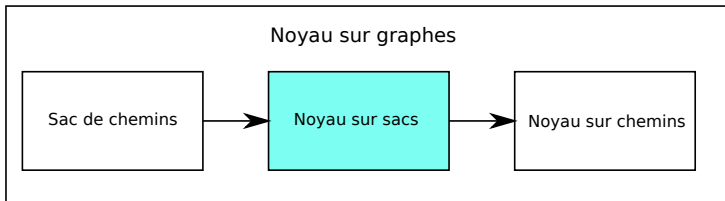


- 1 prendre tous les chemins jusqu'à une certaine longueur,
- 2 réduire la redondance,
- 3 couverture de cardinalité minimale et de poids maximal,
- 4 ajouter le symétrique de chaque chemin.

⇒ Une description complète de la forme avec seulement 4 chemins.



Rappel : Trois étapes indépendantes pour la construction d'un noyau.





Comparaison d'ensembles  $\Rightarrow$  Noyaux entre ensembles [Haussler, 1999].

$$K_{\text{moyenne}}(T_1, T_2) = \sum_{t \in T_1} \sum_{t' \in T_2} p(t|T_1)p(t'|T_2)K_{\text{chemin}}(t, t'),$$



Comparaison d'ensembles  $\Rightarrow$  Noyaux entre ensembles [Haussler, 1999].

Problème : la moyenne étale les résultats.

$$K_{\text{moyenne}}(T_1, T_2) = \sum_{t \in T_1} \sum_{t' \in T_2} p(t|T_1)p(t'|T_2)K_{\text{chemin}}(t, t'),$$



Comparaison d'ensembles  $\Rightarrow$  Noyaux entre ensembles [Haussler, 1999].

Problème : la moyenne étale les résultats.

Solution : pénaliser les chemins *aberrants*.

$$K_{\text{moyenne}}(T_1, T_2) = \sum_{t \in T_1} \sum_{t' \in T_2} p(t|T_1)p(t'|T_2)K_{\text{chemin}}(t, t'),$$





Comparaison d'ensembles  $\Rightarrow$  Noyaux entre ensembles [Haussler, 1999].

Problème : la moyenne étale les résultats.

Solution : pénaliser les chemins *aberrants*.

$$K_{\text{pondere}}(T_1, T_2) = \sum_{t \in T_1} \sum_{t' \in T_2} p(t|T_1)p(t'|T_2) \langle f_{T_1}(t), f_{T_2}(t') \rangle^d$$
$$K_{\text{chemin}}(t, t'),$$

- $f$  : fonction de pénalisation  
(e.g.  $f_T(t) = \frac{1}{|T|} \sum_{t' \in T} K_{\text{chemin}}(t, t')$ );
- $d \in \mathbb{N}$  : poids de la pénalisation ;
- $p(t|T)$  : probabilité d'avoir  $t$  sachant  $T$ .



Comparaison d'ensembles  $\Rightarrow$  Noyaux entre ensembles [Haussler, 1999].

Problème : la moyenne étale les résultats.

Solution : pénaliser les chemins *aberrants*.

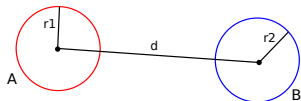
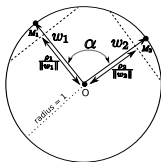
$$K_{\text{pondere}}(T_1, T_2) = \sum_{t \in T_1} \sum_{t' \in T_2} p(t|T_1)p(t'|T_2) \langle f_{T_1}(t), f_{T_2}(t') \rangle^d$$
$$K_{\text{chemin}}(t, t'),$$

- $f$  : fonction de pénalisation  
(e.g.  $f_T(t) = \frac{1}{|T|} \sum_{t' \in T} K_{\text{chemin}}(t, t')$ );
- $d \in \mathbb{N}$  : poids de la pénalisation;
- $p(t|T)$  : probabilité d'avoir  $t$  sachant  $T$ .



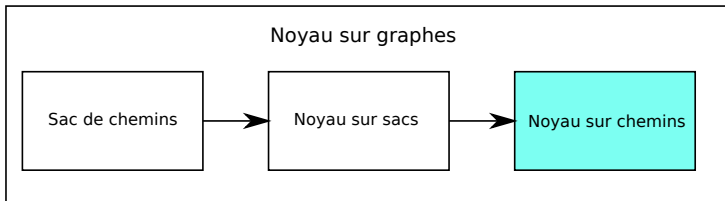
# Noyaux sur sacs de chemins

Noyau	Avantages	Inconvénients
$K_{pondere}$	pénalise les éléments aberrants	complexité temporelle
$K_{change}$	résistance aux chemins aberrants	complexité temporelle
$K_{SVDD}$	résistance aux chemins aberrants	complexité temporelle
$K_{moyenne}$	complexité faible	étalement des comparaisons
$K_{Neuhaus}$ [Neuhaus et Bunke, 2006]	distance d'édition	noyau indéfini
$K_{max}$ [Suard et al, 2006]	somme des <i>meilleurs</i> appariements	noyau indéfini





Rappel : Trois étapes indépendantes pour la construction d'un noyau.

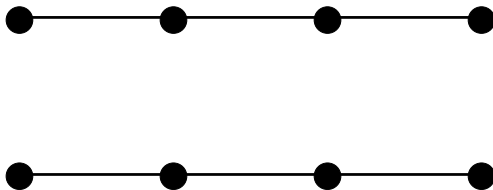




Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].

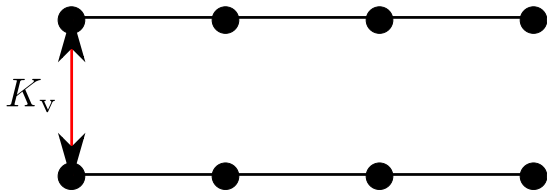


Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].



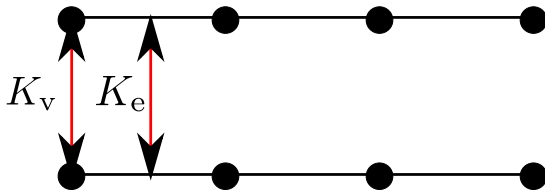


Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].





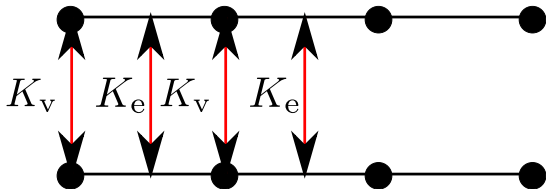
Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].





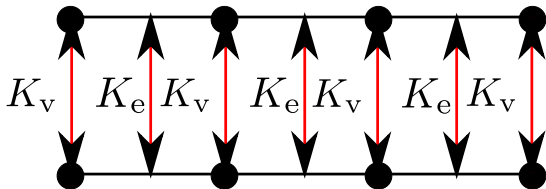


Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].



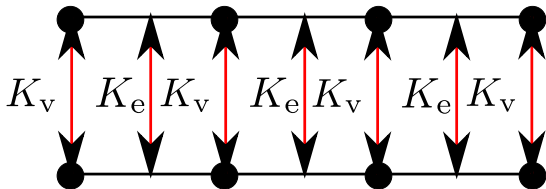


Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].

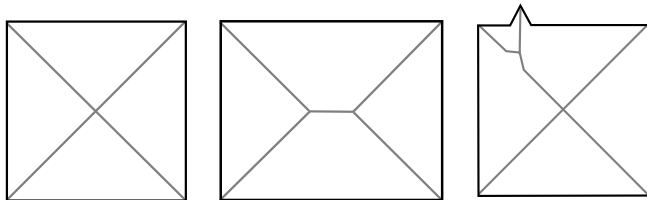


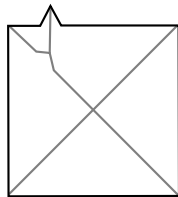
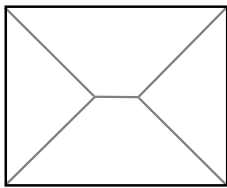
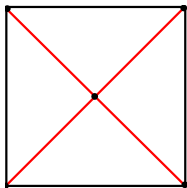


Aligner les chemins [Kashima et al, 2002].

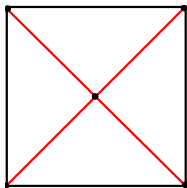


$$K_{\text{classique}}(t, t') = \begin{cases} 0 & \text{si } |t| \neq |t'|, \\ K_v(\varphi(t_0), \varphi(t'_0)) \prod_{i=1}^{|t|} K_e(\psi(t_{i-1}t_i), \psi(t'_{i-1}t'_i)) K_v(\varphi(t_i), \varphi(t'_i)) & \text{sinon} \end{cases}$$

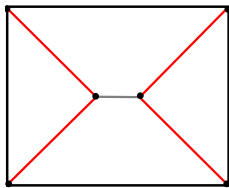




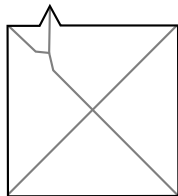
6 chemins de taille 2

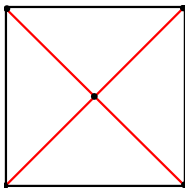


6 chemins de taille 2

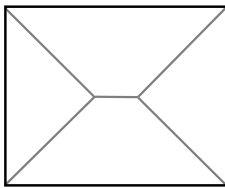


2 chemins appariés

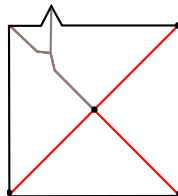




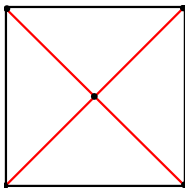
6 chemins de taille 2



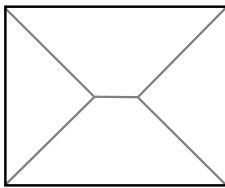
2 chemins appariés



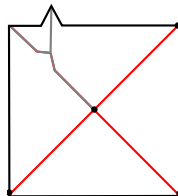
3 chemins appariés



6 chemins de taille 2



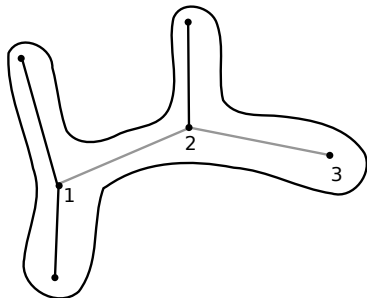
2 chemins appariés

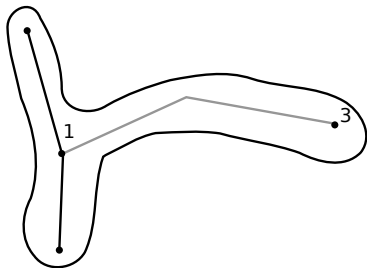
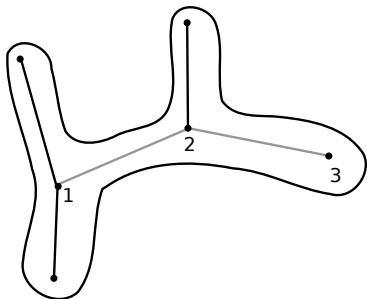


3 chemins appariés

Peu de chemins appariés dans des formes proches.

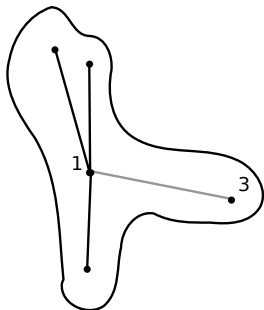
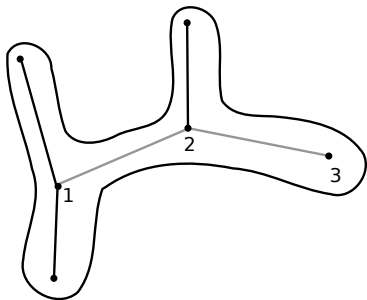






Suppression du sommet 2.

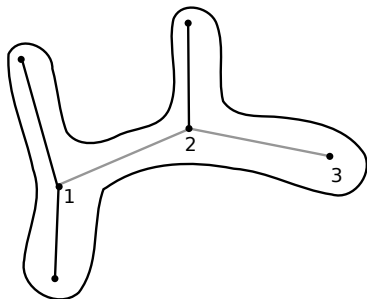
Suppression de sommet  $\Rightarrow$  suppression de la sous-forme codée par le sommet (diffusion sur graphes [Grady, 2005]);



Contraction de l'arête  $e_{1,2}$ .

**Suppression de sommet**  $\Rightarrow$  suppression de la sous-forme codée par le sommet (diffusion sur graphes [Grady, 2005]) ;

**Contraction d'arête**  $\Rightarrow$  suppression de la sous-forme codée par l'arête.



**Suppression de sommet**  $\Rightarrow$  suppression de la sous-forme codée par le sommet (diffusion sur graphes [Grady, 2005]);

**Contraction d'arête**  $\Rightarrow$  suppression de la sous-forme codée par l'arête.

$h \rightarrow \zeta^l(h)$  associée à un coût cumulatif proportionnel aux parties supprimées.



Comparer deux chemins  $\iff$  Comparer les réécritures



Comparer deux chemins  $\iff$  Comparer les réécritures

$$K_{\text{edit}}(t, t') = \sum_{k=0}^D \sum_{l=0}^D \exp\left(-\frac{\text{cout}_k(t) + \text{cout}_l(t')}{2\sigma_{\text{cout}}^2}\right) K_{\text{classique}}(\zeta^k(t), \zeta^l(t')).$$



Comparer deux chemins  $\iff$  Comparer les réécritures

$$K_{\text{edit}}(t, t') = \sum_{k=0}^D \sum_{l=0}^D \exp\left(-\frac{\text{cout}_k(t) + \text{cout}_l(t')}{2\sigma_{\text{cout}}^2}\right) K_{\text{classique}}(\zeta^k(t), \zeta^l(t')).$$

- Robuste au bruit structurel 😊 ;



Comparer deux chemins  $\iff$  Comparer les réécritures

$$K_{\text{edit}}(t, t') = \sum_{k=0}^D \sum_{l=0}^D \exp\left(-\frac{\text{cout}_k(t) + \text{cout}_l(t')}{2\sigma_{\text{cout}}^2}\right) K_{\text{classique}}(\zeta^k(t), \zeta^l(t')).$$

- Robuste au bruit structurel 😊 ;
- Contrôle du coût d'édition 😊 ;





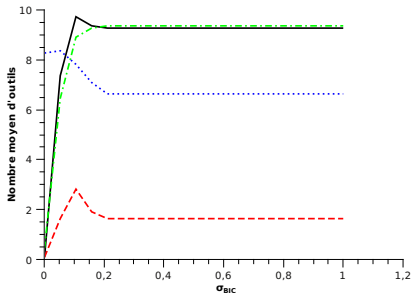
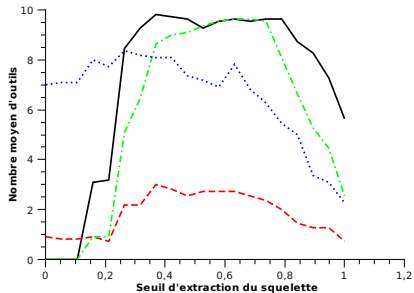
Comparer deux chemins  $\iff$  Comparer les réécritures

$$K_{\text{edit}}(t, t') = \sum_{k=0}^D \sum_{l=0}^D \exp\left(-\frac{\text{cout}_k(t) + \text{cout}_l(t')}{2\sigma_{\text{cout}}^2}\right) K_{\text{classique}}(\zeta^k(t), \zeta^l(t')).$$

- Robuste au bruit structurel 😊 ;
- Contrôle du coût d'édition 😊 ;
- Compare des chemins de longueurs différentes 😊.



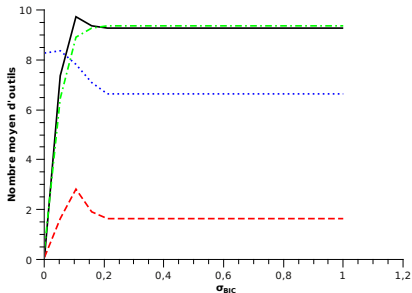
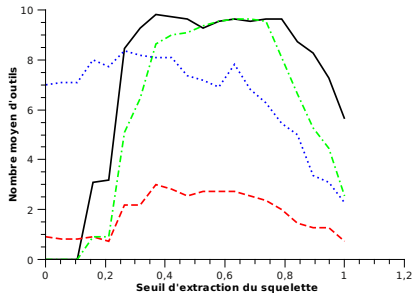
Indexation d'outils



$K_{\text{edit},5\%}$ ,  $K_{\text{classique},5\%}$ , Marches aléatoires et  $K_{\text{Neuhaus}}$ .



## Indexation d'outils

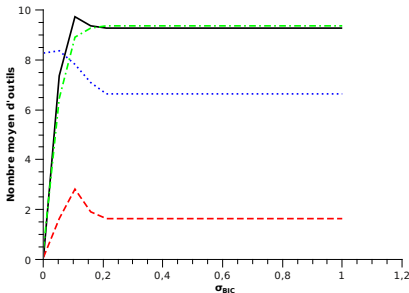
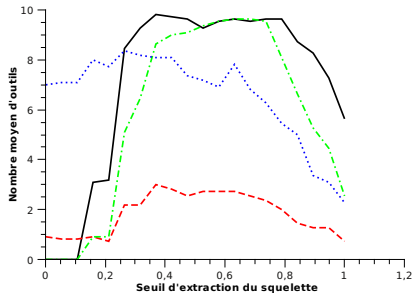


$K_{\text{edit},5\%}$ ,  $K_{\text{classique},5\%}$ , Marches aléatoires et  $K_{\text{Neuhaus}}$ .

- Apport de l'édition à la robustesse au bruit ;



## Indexation d'outils

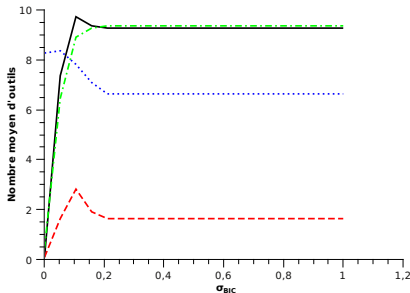
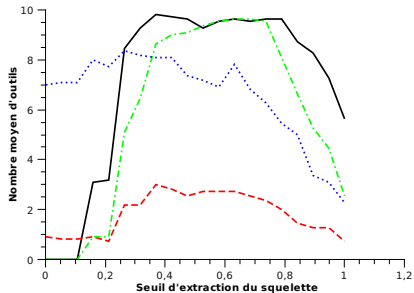


$K_{\text{edit},5\%}$ ,  $K_{\text{classique},5\%}$ , Marches aléatoires et  $K_{\text{Neuhaus}}$ .

- Apport de l'édition à la robustesse au bruit ;
- Globalement meilleur que le noyau basé sur les marches aléatoires ;



## Indexation d'outils



$K_{\text{edit},5\%}$ ,  $K_{\text{classique},5\%}$ , Marches aléatoires et  $K_{\text{Neuhaus}}$ .

- Apport de l'édition à la robustesse au bruit ;
- Globalement meilleur que le noyau basé sur les marches aléatoires ;
- Sauf dans les cas extrêmes, l'édition est globalement plus robuste au bruit.



Classification avec une QDA dans l'espace noyau.

Noyau	Pourcentage d'éléments bien classés
$K_{\text{edit,couverture}}$	95%
$K_{\text{edit},5\%}$	92%
$K_{\text{edit},10\%}$	93%
$K_{\text{classique,couverture}}$	91%
Marches aléatoires	82%
$K_{\text{Neuhaus}}$	86%

- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale**
- 5 Conclusion et perspectives

Microscope confocal Nikon  
NA : 1.4  
Résolution d'un voxel :  
 $0.1\mu\text{m} \times 0.1\mu\text{m} \times 0.3\mu\text{m}$

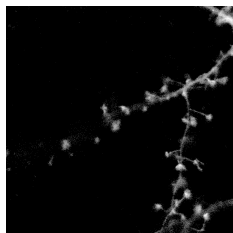
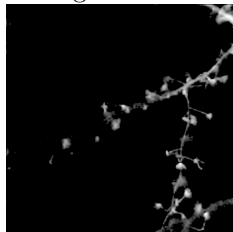


Image Observée



Notre approche sans stabilisation  
(curvelets et ondelettes)



Microscope confocal Nikon

NA : 1.4

Résolution d'un voxel :

$0.1\mu\text{m} \times 0.1\mu\text{m} \times 0.3\mu\text{m}$

- Boîte à outils pour Matlab (PoissonDeconv);

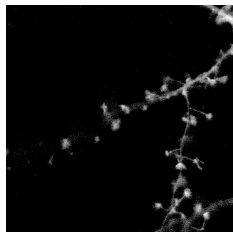
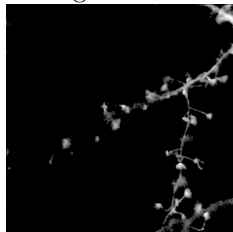


Image Observée



Notre approche sans stabilisation  
(curvelets et ondelettes)

Microscope confocal Nikon

NA : 1.4

Résolution d'un voxel :

$0.1\mu\text{m} \times 0.1\mu\text{m} \times 0.3\mu\text{m}$

- Boîte à outils pour Matlab (PoissonDeconv) ;
- Un logiciel spécifique pour les images microscopiques ;

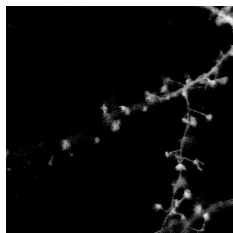
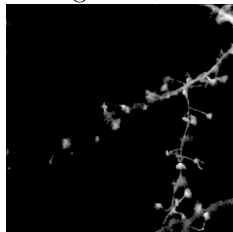


Image Observée



Notre approche sans stabilisation  
(curvelets et ondelettes)

Microscope confocal Nikon

NA : 1.4

Résolution d'un voxel :

$0.1\mu\text{m} \times 0.1\mu\text{m} \times 0.3\mu\text{m}$

- Boîte à outils pour Matlab (PoissonDeconv) ;
- Un logiciel spécifique pour les images microscopiques ;
- Deux modèles de PSF pour un microscope confocal.

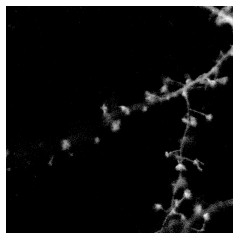
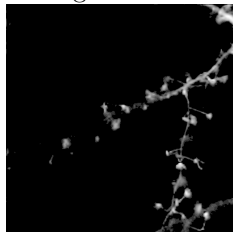


Image Observée



Notre approche sans stabilisation  
(curvelets et ondelettes)

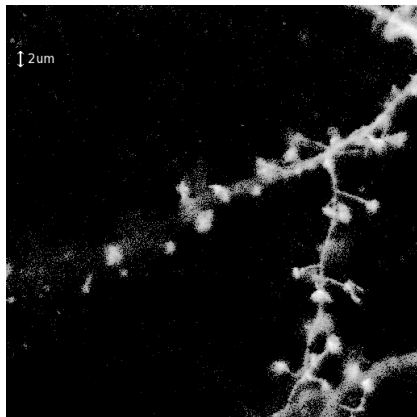
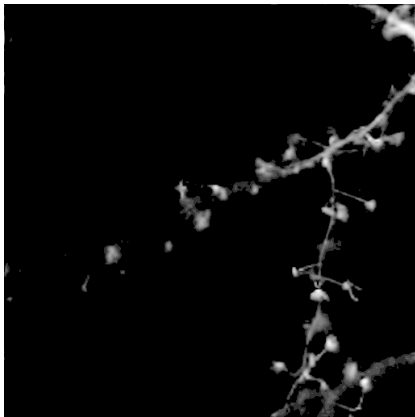


Image Observée



Approche non stabilisée (curve-lets et ondelettes)

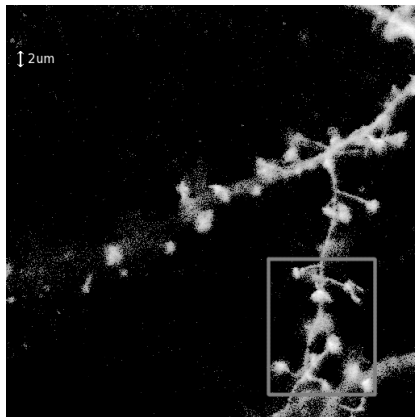
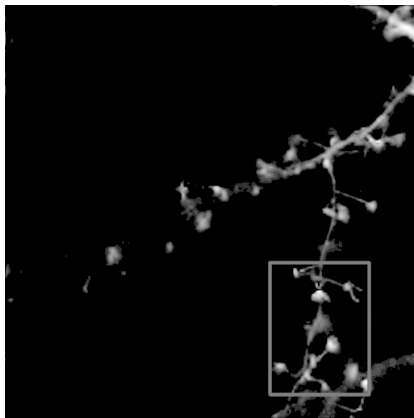


Image Observée



Approche non stabilisée (curve-lets et ondelettes)

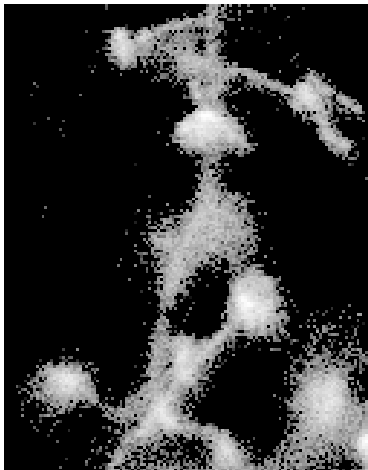
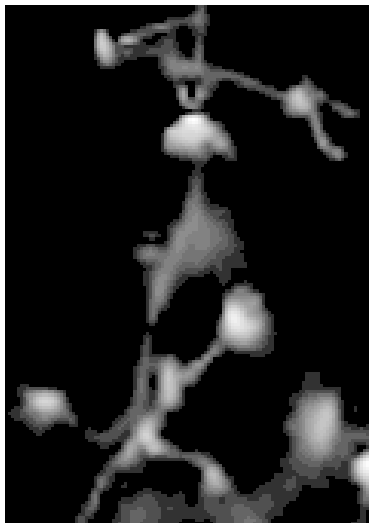


Image Observée (zoom)



Approche non stabilisée (zoom)

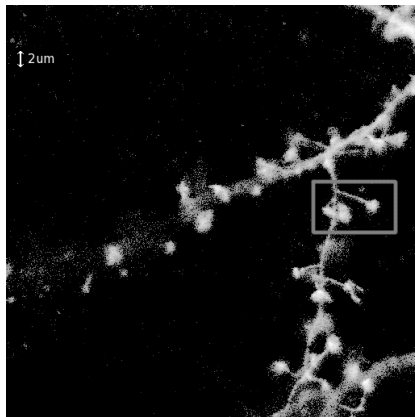
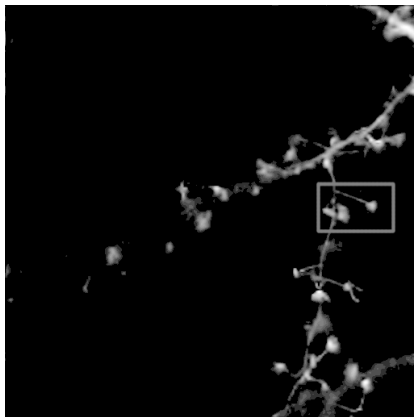


Image Observée



Approche non stabilisée (curvelets et ondelettes)

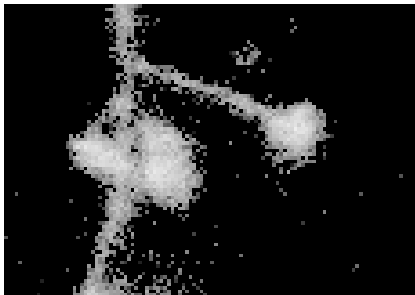
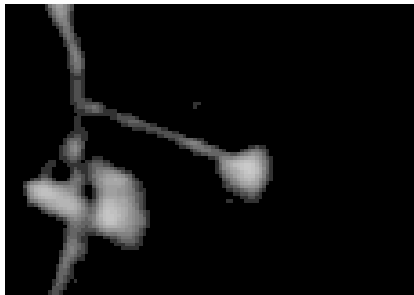


Image Observée (zoom)



Approche non stabilisée (zoom)



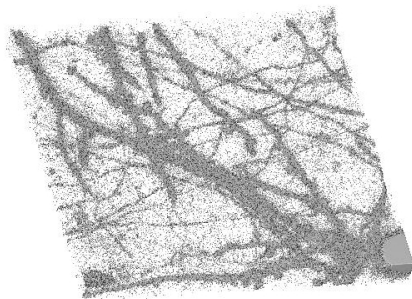
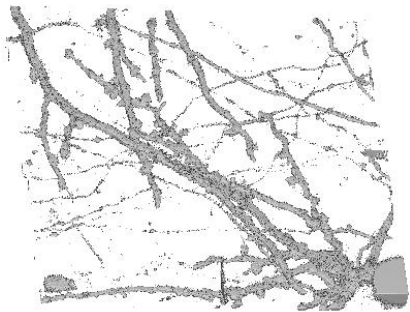


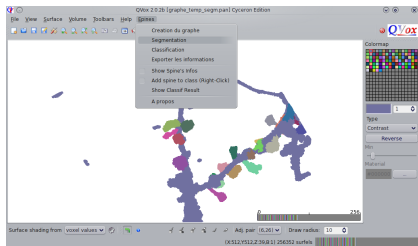
Image Observée



Approche stabilisée (ondelettes)

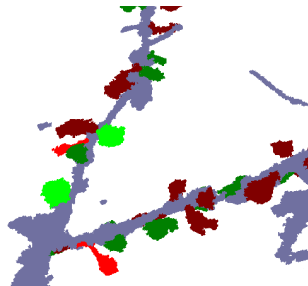
Outils développés :

- Extraction des épines ;



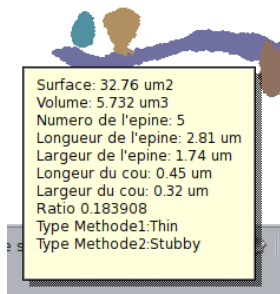
Outils développés :

- Extraction des épines ;
- Classification :
  - Méthodes de l'état de l'art [Koh et al, 2002 ; Rodriguez et al, 2008],
  - Avec les noyaux sur graphes.



## Outils développés :

- Extraction des épines ;
- Classification :
  - Méthodes de l'état de l'art [Koh et al, 2002 ; Rodriguez et al, 2008],
  - Avec les noyaux sur graphes.
- Mesures :
  - Volume et surface de l'épine,
  - Longueur et largeur de l'épine,
  - Longueur et largeur du cou et de la tête.



- 1 Chaîne de traitements
- 2 Restauration sous bruit de Poisson
- 3 Noyaux sur graphes
- 4 Application à la microscopie confocale
- 5 Conclusion et perspectives



### **Contributions :**

→ Cadre proximal pour la résolution de problèmes d'optimisation pour des fonctions convexes et non lisses.



### **Contributions :**

→ Cadre proximal pour la résolution de problèmes d'optimisation pour des fonctions convexes et non lisses.

→ Application à la déconvolution sous bruit de Poisson :

- Parcimonie et diversité morphologique ;
- Stabilisation ou non du bruit ;
- Algorithmes rapides.



### **Contributions :**

→ Cadre proximal pour la résolution de problèmes d'optimisation pour des fonctions convexes et non lisses.

→ Application à la déconvolution sous bruit de Poisson :

- Parcimonie et diversité morphologique ;
- Stabilisation ou non du bruit ;
- Algorithmes rapides.

→ Estimation de l'hyperparamètre de régularisation, e.g. GCV.





### **Contributions :**

→ Cadre proximal pour la résolution de problèmes d'optimisation pour des fonctions convexes et non lisses.

→ Application à la déconvolution sous bruit de Poisson :

- Parcimonie et diversité morphologique ;
- Stabilisation ou non du bruit ;
- Algorithmes rapides.

→ Estimation de l'hyperparamètre de régularisation, e.g. GCV.

### **Perspectives :**

→ Algorithmes encore plus rapides en vue d'une application routinière en 3D.



### **Contributions :**

→ Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :

- extraction d'un sac de chemins ;
- définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
- définition d'un noyau sur chemins.



### **Contributions :**

→ Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :

- extraction d'un sac de chemins ;
- définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
- définition d'un noyau sur chemins.

→ Sacs de chemins peu redondants et proposant une description complète des formes.



### **Contributions :**

→ Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :

- extraction d'un sac de chemins ;
- définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
- définition d'un noyau sur chemins.

→ Sacs de chemins peu redondants et proposant une description complète des formes.

→ Plusieurs noyaux de comparaisons d'ensembles robustes aux chemins aberrants.



### **Contributions :**

- Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :
  - extraction d'un sac de chemins ;
  - définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
  - définition d'un noyau sur chemins.
  
- Sacs de chemins peu redondants et proposant une description complète des formes.
  
- Plusieurs noyaux de comparaisons d'ensembles robustes aux chemins aberrants.
  
- Comparaison de chemins avec un processus d'édition pour être robuste au bruit.



### **Contributions :**

- Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :
  - extraction d'un sac de chemins ;
  - définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
  - définition d'un noyau sur chemins.
- Sacs de chemins peu redondants et proposant une description complète des formes.
- Plusieurs noyaux de comparaisons d'ensembles robustes aux chemins aberrants.
- Comparaison de chemins avec un processus d'édition pour être robuste au bruit.

### **Perspectives :**

- Améliorer la complexité algorithmique provenant de l'édition.



### **Contributions :**

- Cadre de construction de noyaux sur graphes basé sur trois étapes :
  - extraction d'un sac de chemins ;
  - définition d'un noyau sur sacs de chemins ;
  - définition d'un noyau sur chemins.
- Sacs de chemins peu redondants et proposant une description complète des formes.
- Plusieurs noyaux de comparaisons d'ensembles robustes aux chemins aberrants.
- Comparaison de chemins avec un processus d'édition pour être robuste au bruit.

### **Perspectives :**

- Améliorer la complexité algorithmique provenant de l'édition.
- Comparer les graphes par des structures non linéïques.



### **Contributions :**

→ Des outils de restauration des images acquises par microscopie confocale de fluorescence.





### **Contributions :**

- Des outils de restauration des images acquises par microscopie confocale de fluorescence.
- Extraction, détection et mesures des épines dendritiques.



### **Contributions :**

- Des outils de restauration des images acquises par microscopie confocale de fluorescence.
- Extraction, détection et mesures des épines dendritiques.

### **Perspectives :**

- Conception de bases d'apprentissages d'épines et validation de la classification.



### **Contributions :**

- Des outils de restauration des images acquises par microscopie confocale de fluorescence.
- Extraction, détection et mesures des épines dendritiques.

### **Perspectives :**

- Conception de bases d'apprentissages d'épines et validation de la classification.
- Segmentation plus fine des structures neuronales.



### **Contributions :**

- Des outils de restauration des images acquises par microscopie confocale de fluorescence.
- Extraction, détection et mesures des épines dendritiques.

### **Perspectives :**

- Conception de bases d'apprentissages d'épines et validation de la classification.
- Segmentation plus fine des structures neuronales.
- Fouilles et classifications de bases d'épines.



Merci de votre attention.