

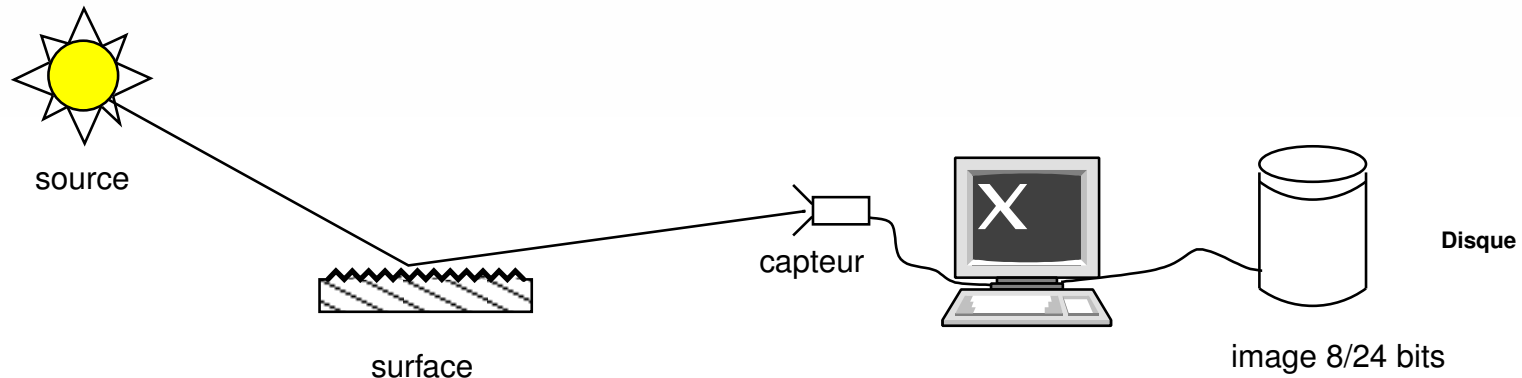


Morphologie mathématique

Introduction à l'analyse d'images

Luc Brun (d'après le cours de M. Coster)

Qu'est ce qu'une image

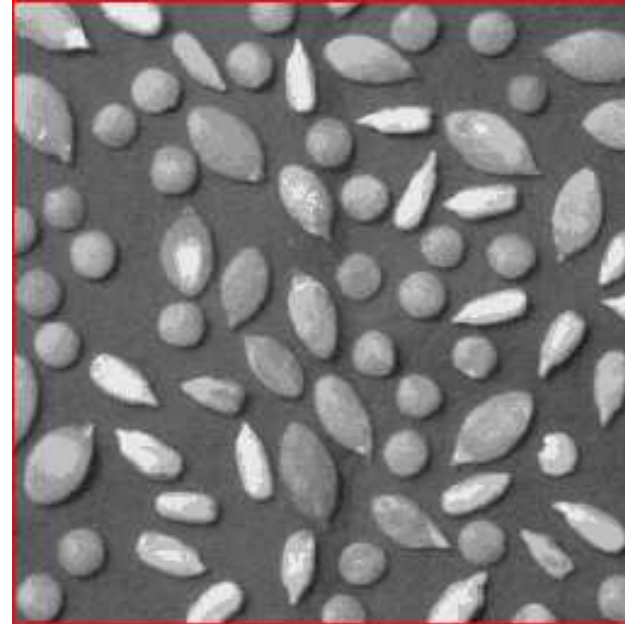
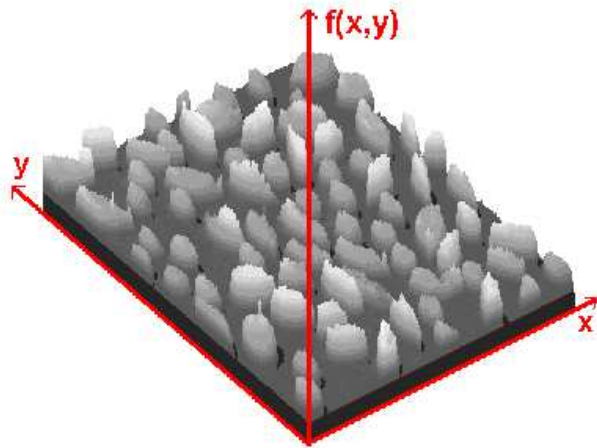


Une image correspond aux mesures d'un ensemble structuré de capteurs. Elle est définie par :

- Un support fini 2D, 3D...
 - Chaque point p est identifié par sa position
- De(s) fonction(s) associée(s) : $f_i(x, y)$
 - Caractérisée(s) par un domaine de validité
 - Valeur min (ex noir)
 - Valeur max (ex blanc)



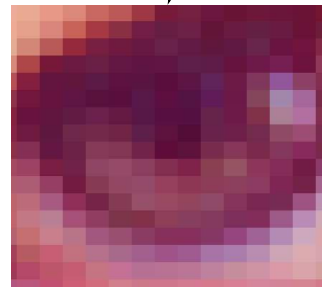
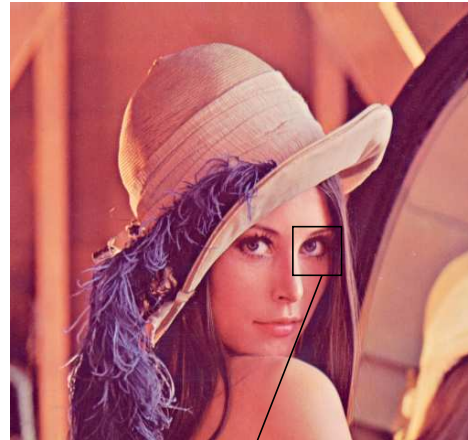
Image et surface



Du continu au discret



- Numérisation du support
 - Notion de pavage
 - Espace de définition
 - Pavages réguliers
 - Grille de pixels associée
- Numérisation de la fonction associée
 - Classes d'images
 - Images binaires
 - Images en teintes de gris
 - Images couleurs ou
 - Images multi-spectrales



Les différentes classes d'images



- Images binaires $f(p) = 2$ possibilités pour la valeur radio-métrique : 1 (blanc) or 0 (noir)
- Images en niveaux de gris
 - $f(p)$ = la valeur radiométrique est numérisée selon plusieurs possibilités
 - $f(p) \rightarrow$ Valeur sur 8 bits (256 niveaux)
 - $f(p) \rightarrow$ Valeurs sur 16 bits ...
- Images couleurs :

$$f(p) \in \mathbf{N}^3 \text{ avec usuellement } f(p)_i \in \{0, \dots, 255\}$$

- Images multispectrales :
 - $f(p) \in \mathbf{N}^p$, p quelconque.
 - $f(p)_i$ sur un nombre de bits variables.

Les différentes classes d'images



Couleur



niveaux de gris



binaire

Différentes façons de considérer une image



- Un processus stochastique.
- Un vecteur aléatoire $(I[0, 0], I[0, 1], \dots, I[n, m])$ si la taille de l'image I est $n \star m$.
- Une surface 3D (dans le cas d'un signal mono-dimensionnel).
- Un ensemble de données liées par des contraintes géométriques.
- La discrétisation d'un signal continu.
- ...

Méthodes mathématiques utilisées



- Les méthodes linéaires de filtrage et d'analyse
 - Filtrage : convolution, transformée de Fourier, transformée en ondelettes, ...
 - Analyse : analyse multivariée, réseaux de neurones, SVM, ...
- Les méthodes non linéaires
 - Morphologie mathématique : filtrage, granulométrie, ligne de partage des eaux, ensembles aléatoires, ...
 - Méthodes structurelles : démarches sémantiques, grammaire, graphes...

Remarque : La morphologie mathématique se combine assez facilement avec les autres méthodes.

Organigramme du traitement et de l'analyse d'images



1. Acquisition des images

Mise en œuvre des processus physiques de formation des images suivis d'une mise en forme pour que ces images puissent être traitées par des systèmes informatiques

2. Traitement des images

Son but : améliorer ces images lorsqu'elles possèdent du bruit ou des défauts.

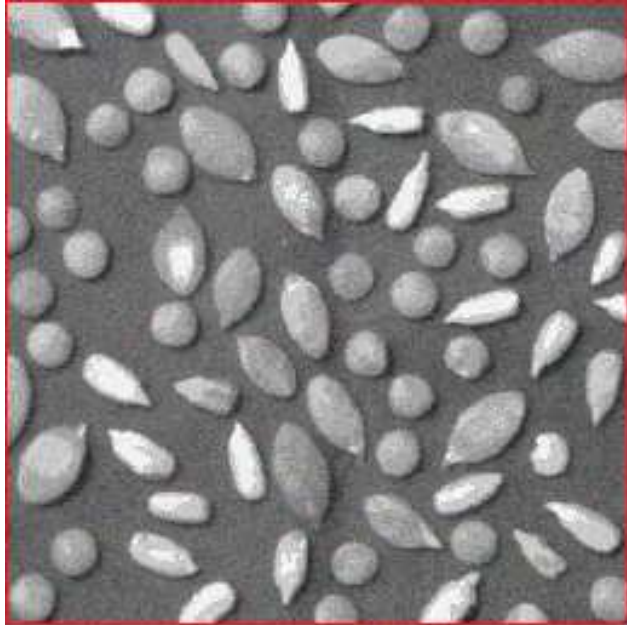
3. Segmentation des images

Son but : construire une image symbolique en générant des régions homogènes selon un critère défini a priori.

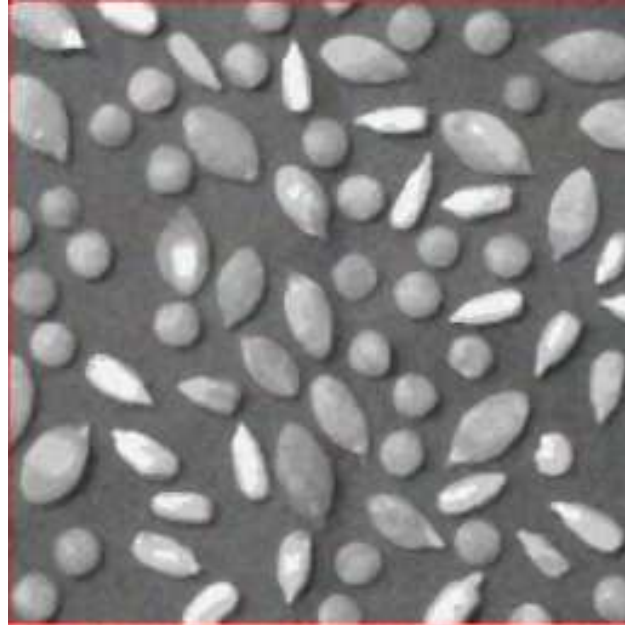
4. Analyse des images

Consiste à extraire des paramètres ou des fonctions représentatives de l'image ou des régions

Un exemple simple



Acquisition



Filtrage



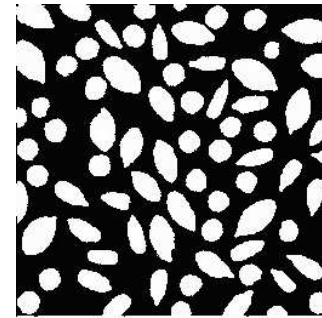
Segmentation

Mesures



Que peut on mesurer sur une image ?

- Analyse par champs
 - Nombre / aire de l'image
 - Aire totale / aire de l'image
 - Périmètre / aire de l'image
- Analyse individuelle
 - Géométrie : taille, aire, périmètre, diamètre, Forme, axes d'inertie...
 - Photométrie : couleur/niveau de gris moyen, variance, axes d'inertie
 - Topologie : Nombre de voisins, nombre de frontières, objet inclus/englobant...
- Analyse de groupe
 - Étude statistique des mesures individuelles.



Problèmes d'analyse

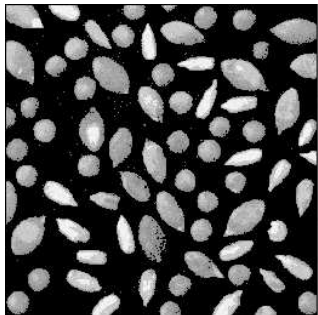
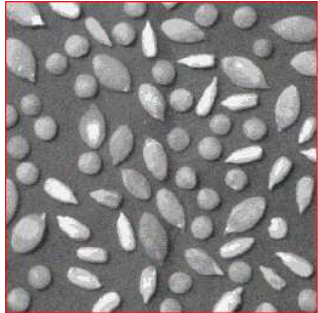


- Artefacts introduits pendant le traitement d'images
 - Effets du filtrage
- Effets de la segmentation
 - Biais introduit par le masque de traitement
- Problèmes apparaissant pendant la mesure
 - Effets du bruit et des artefacts
 - Biais introduit par le masque de mesures
 - Problèmes d'échantillonnage

Exemple



acquisition

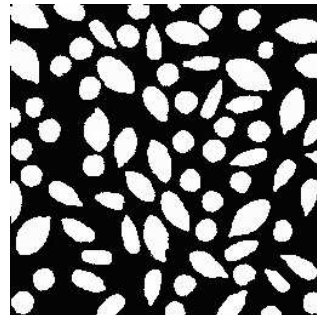
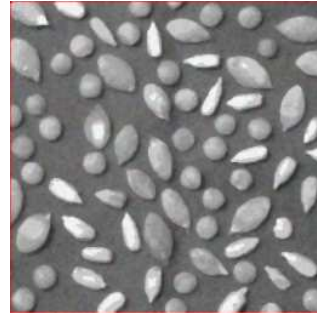


Aire : 24 885

Perimètre : 26015

⋮

filtré



Aire : 22 524

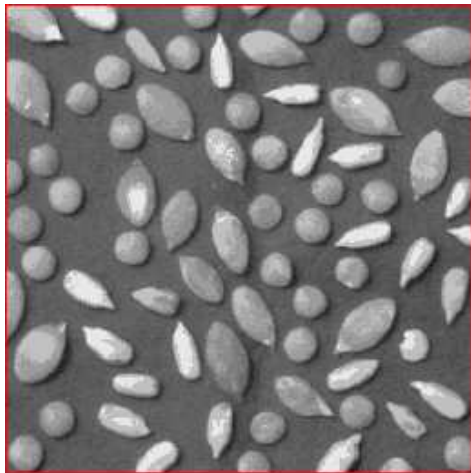
Perimètre : 16684

⋮

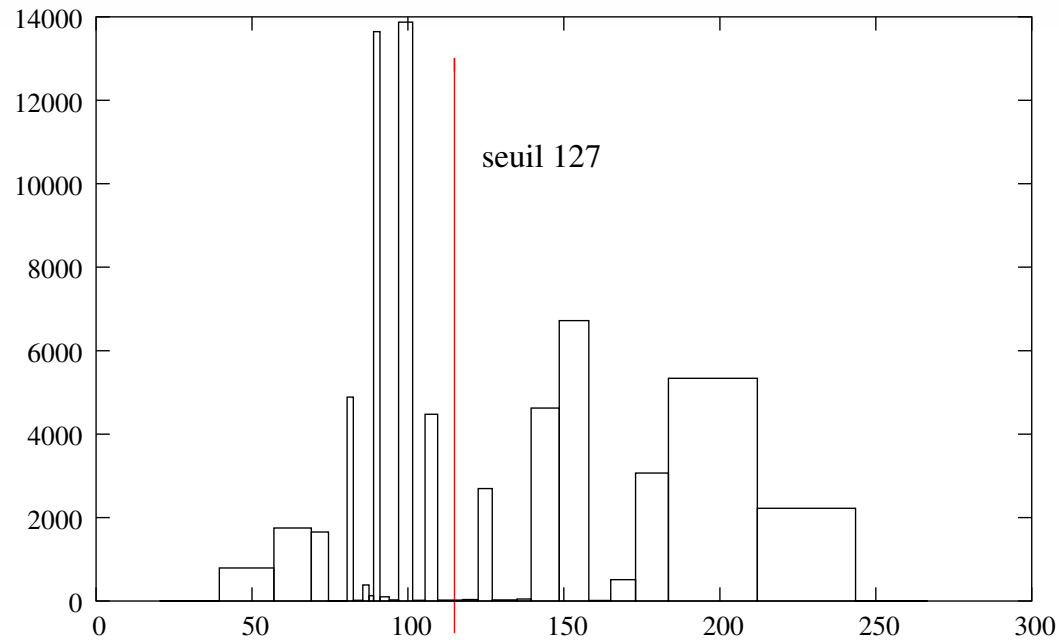
Effet de la segmentation (seuil)



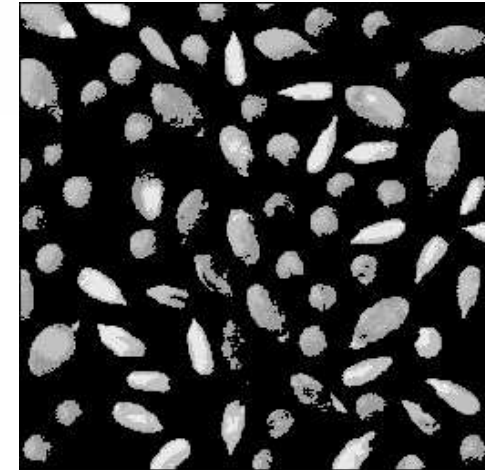
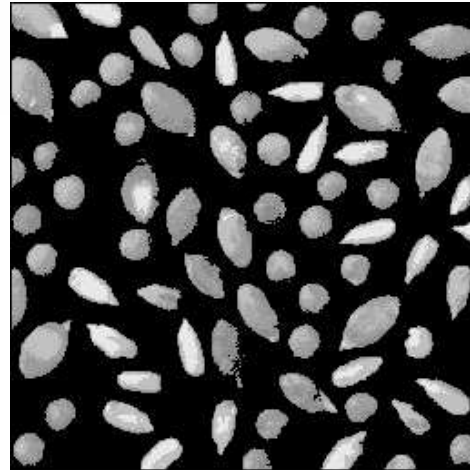
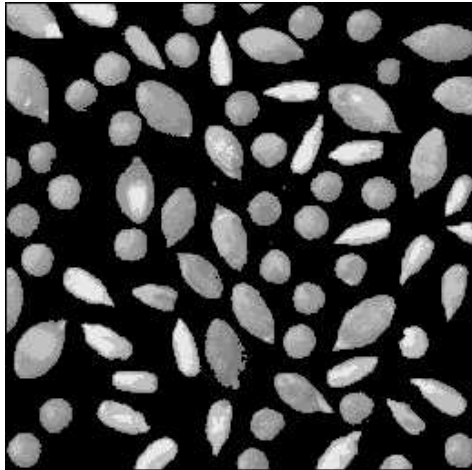
Image filtrée



Histogramme



Effet de la segmentation

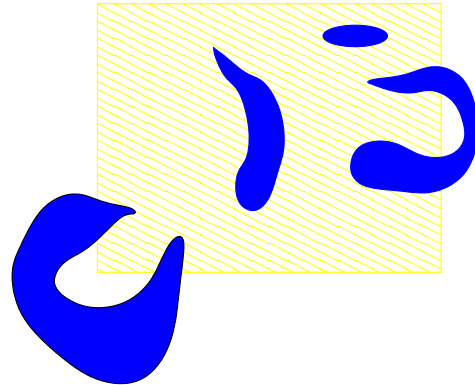
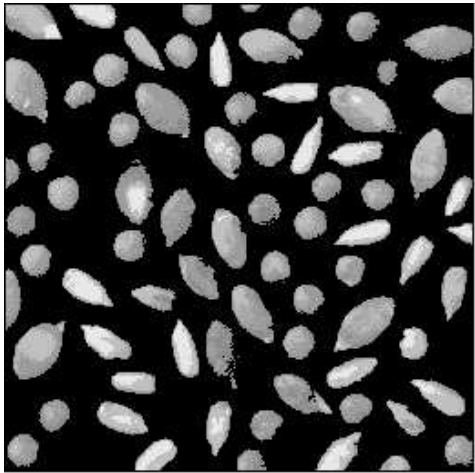


Seuil	117	127	147
Cardinal	17 178	22 524	17 972
Périmètre	19 211	16 684	12 783

Biais introduit par le masque de l'image



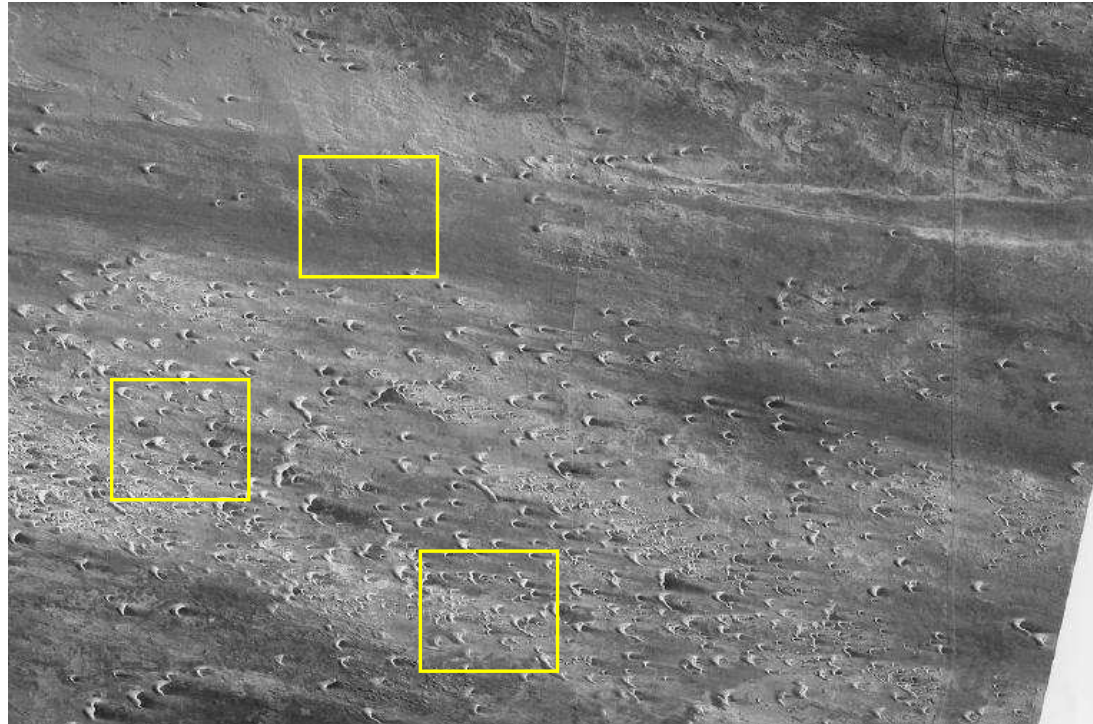
- Quel est le nombre d'objets présents dans l'image ?



Effet de l'échantillonnage



- Nombre moyen de dunes sur une zone géographique ?



Morphologie Mathématique : Historique



- Morphologie mathématique ensembliste
 - 1966 : G. Matheron "Les variables régionalisées et leurs estimations" (Masson)
 - 1967 : G. Matheron "Eléments pour une théorie des milieux poreux" (Masson)
 - 1969 : J. Serra "Introduction à la morphologie mathématique" (Cahiers CMM Fontainebleau)
 - 1982 : J. Serra "Image analysis and mathematical morphology" (Academic Press)
- Extension aux fonctions dans \mathbf{R}
 - 1982 : J. Serra "Image analysis and mathematical morphology" (Academic Press) chap. XII
 - 1984 : J. Serra "Image analysis and mathematical morphology, theoretical advances" (Academic Press)

Morphologie Mathématique : Historique



- Extension à la couleur
 - 2001 RISSON V. Application de la Morphologie Mathématique à l'analyse des conditions d'éclairage des images couleur.
 - 2003 Angulo López Jesús. Morphologie mathématique et indexation d'images couleur. Application à la microscopie en biomédecine. Thèse de Doctorat en Morphologie Mathématique, ENSMP.
 - 2005 Angulo J. Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. in Mathematical Morphology : 40 Years on : Proc. 7th ISMM. Paris, April 2005. Ronse C., Najman L., and Decencière E., Eds. Springer : p. 387-396.

Contribution de la morphologie mathématique



- Filtrage Filtres linéaires, filtres de rang, filtres morphologiques
- Segmentation
 - Transformation chapeau haut de forme, ligne de partage des eaux, segmentation multi échelle
- Traitement binaire
 - Morphologie pour les ensembles, opérateurs de base, opérateurs complexes (squelette)
- Quantification
 - Fonctions (granulométries, covariance, vitesse d'érosion, distance)
- Simulation et modélisation

Concepts utilisés



- Théorie ensembliste
 - Les opérateurs ensemblistes de base
 - L'algèbre de Minkowski
 - Ensembles ordonnés et treillis
- L'apport de la topologie
 - Notion de continuité
 - Voisinage
 - Application aux ensembles
 - Autres notions utilisés en topologie