Partitions et structures non hiérarchiques

Luc Brun

Groupe de Recherche en Informatique,
Image, Automatique et Instrumentation
de Caen (GREYC)

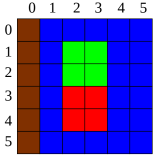
Plan

Partition

- Une partition est définie par la donnée d'un ensemble de régions couvrant l'ensemble de l'image et disjointes 2 à 2.

$$\mathcal{P} = \{R_1, \ldots, R_n\}$$

$$\forall i \neq j \; R_i \cap R_j = \emptyset$$
$$P = \bigsqcup_{i=1}^{n} R_i,$$

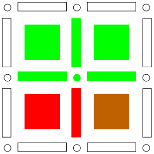


Partitions et Topologie de Kovalevsky

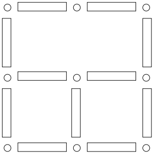
- Règle du label maximum : Soit l une fonction réelle définie sur toutes les cellules de dimension maximum.

$$\forall e \in C \; dim(e) < dim_{max} \; l(e) = \max_{\substack{e' \in St(e,C), \\ dim(e') = dim_{max}}} l(e')$$

- Exemple $\square > \blacksquare > \blacksquare > \blacksquare$



$\{R_1, \ldots, R_n\}$



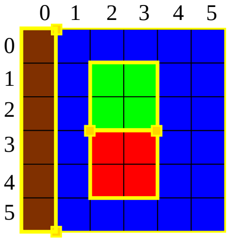
$\bigcup_{i=1}^{n} \partial R_i$

Structuration des fontières

- Noeud : pointel dont l'étoile contient au moins 3 labels différents.

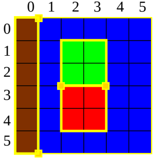
$$\forall e \in C,\ dim(e) = 0, \text{est un noeud} \Leftrightarrow |l(St(e, C))| \geq 3$$

- Segment : Suite maximum de pointels/lignels frontières entre deux noeuds.

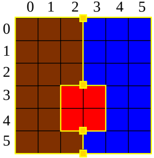


Adjacence

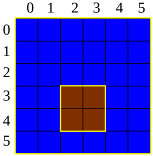
- Deux régions sont adjacentes si elles partagent des éléments frontières de dimension 1 (i.e. au moins un segment).
- Les régions ■ et ■ sont adjacentes dans les trois cas.



1 segment



2 segment

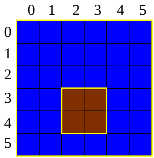


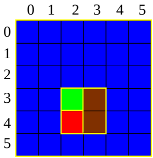
inclusion

- La fusion de deux régions adjacentes est une région (connexe).

Composante connexe

- Une composante connexe de la partition est un ensemble de régions adjacentes (mais non incluses) inclu dans une région de la partition.
- Exemples :





Segmentation et Partitions

- Segmentation : Définition d'une partition $\mathcal{P} = \{R_1, \ldots, R_n\}$ vérifiant un certain critère :
  - Homogénéité de chaque région
    $$\forall i \in \{1, \ldots, n\},\ P(R_i) = vrai,$$
  - Minimisation d'une énergie :
    $$\mathcal{P} = argmin_{P \in \mathbb{P}} E(P)$$
  - Partition binaire : trouver S minimisant :
    $$h(S) = \frac{\int_{\partial S} w(\lambda) d\lambda}{min\left(\int_S w'(x,y)dxdy, \int_{\Omega - S} w'(x,y)dxdy\right)}$$
    Si $w = w' = 1$ et $\Omega = \mathbb{R}^2$, cela revient à trouver la forme de périmètre minimal et de volume maximal (i.e. le disque). Problème isopérimétrique.
  - ...

Segmentation selon Horowitz

Definition

$\{R_1, \ldots, R_n\}$ est une segmentation de I par rapport à un critère d'homogénéité P ssi :

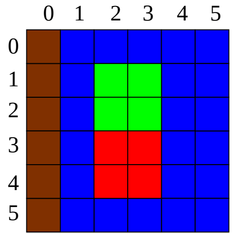
1. $\{R_1, \ldots, R_n\}$ forme une partition de I : $\quad I = \bigsqcup_{i=1}^{n} R_i$
2. en régions connexes $\quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}\ R_i$ est connexe
3. et homogènes $\quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}\ P(R_i) = vrai$
4. maximales pour ces propriétés

$$\forall i \in \{1, \ldots, n\}^2 \begin{pmatrix} i \neq j \\ R_i \text{ adj } R_j \end{pmatrix} P(R_i \cup R_j) = faux$$

Segmentation et partitions

- Les algorithmes de segmentation ont besoin :
  1. d'extraire des informations d'une partition
  2. de modifier celle-ci
- Informations géométriques : Toute information sur une région qui peut se déduire uniquement de la région (sans faire intervenir la partition).
  1. Ensemble des pixels d'une région (moyenne, variance, forme,...),
  2. Appartenance d'un point,
  3. Frontière...
- informations Topologiques : Toute information qui n'a de sens que dans le cadre d'une partition.
  1. Frontière entre deux régions,
  2. ensemble des régions adjacentes à une région,
  3. ensemble des composantes connexes incluses dans une région,
  4. région incluant une composante connexe...

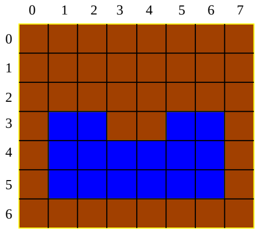
Les tableaux de labels

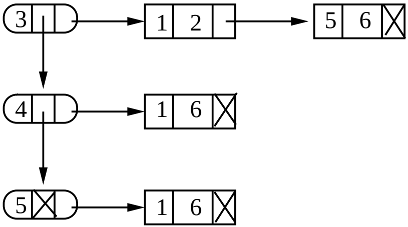


0	1	1	1	1	1
0	1	2	2	1	1
0	1	2	2	1	1
0	1	3	3	1	1
0	1	3	3	1	1
0	1	1	1	1	1

- Avantages :
  - Extrêmement simple
  - Accès à la majorité des informations géométriques
- Inconvénients
  - Pas d'information de frontière
  - Pas compacte
- Remarque : Levels sets : $sgn(\phi(x))$: 2 labels.

Codage par plages

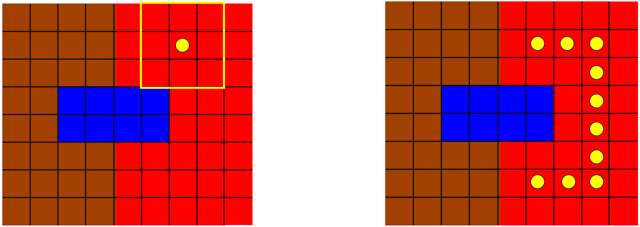




- Avantages :
  - Compression d 'informations
  - Parcourt aisé de l'ensemble des pixels
- Inconvénients
  - Pas d'information de frontière

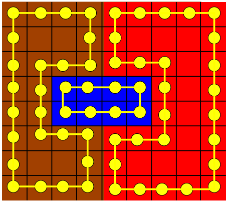
Transformation par axe médian

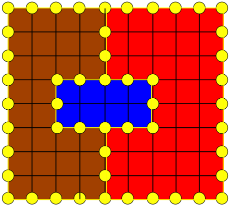
- BB-MAT (ou DB-MAT) plus grand carré (ou disque) inclus dans la région.



- Avantages :
  - Représentation compacte
  - Axe médian : Informations sur la forme de la région $\Rightarrow$ Reconnaissance de formes
- Inconvénients
  - Très sensible aux modifications de la forme.

Frontières

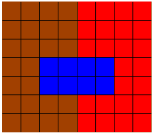




- Avantages :
  - Informations de frontières
- Inconvénients (∂ pixel) :
  - Ambiguïté sur la localisation de la frontière
  - Redondance d'informations

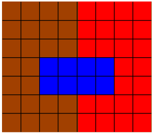
Le Graphe d'adjacence de régions

- $G = (V, E)$: Un graphe simple
  - Sans boucles, 
  - sans arêtes doubles. 
  - V ensemble des sommets. Un sommet par région.
  - E ensemble des arêtes. Une arête par relation d'adjacence entre régions.



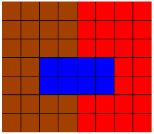
Le Graphe d'adjacence de régions

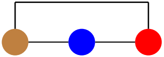
- $G = (V, E)$: Un graphe simple
  - V ensemble des sommets. Un sommet par région.
  - E ensemble des arêtes. Une arête par relation d'adjacence entre régions.



Le Graphe d'adjacence de régions

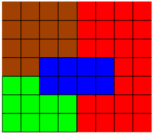
- $G = (V, E)$: Un graphe simple
  - V ensemble des sommets. Un sommet par région.
  - E ensemble des arêtes. Une arête par relation d'adjacence entre régions.

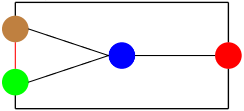




Fusion de sommets

- Sélectionner une arête codant l'adjacence des deux régions

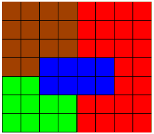


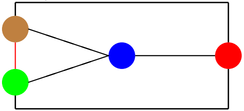


  -
  -
  -

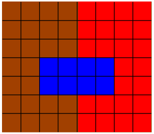
Fusion de sommets

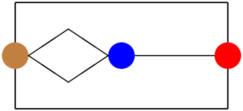
- Sélectionner une arête codant l'adjacence des deux régions





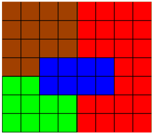
  - Contracter l'arête (Identifier les deux sommets, supprimer l'arête)
  -
  -

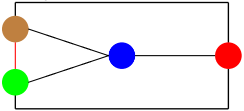




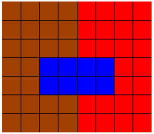
Fusion de sommets

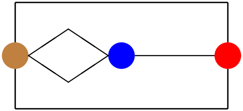
- Sélectionner une arête codant l'adjacence des deux régions





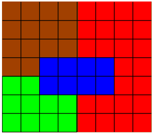
  - Contracter l'arête (Identifier les deux sommets, supprimer l'arête)
  - Supprimer les boucles
  -

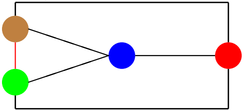




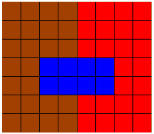
Fusion de sommets

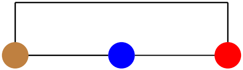
- Sélectionner une arête codant l'adjacence des deux régions





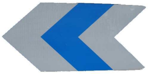
  - Contracter l'arête (Identifier les deux sommets, supprimer l'arête)
  - Supprimer les boucles
  - Supprimer les arêtes doubles

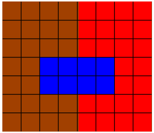
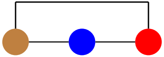




Limites des graphes simples

- Soit $G = (V, E)$,
  - $e = (u, v) \in E \Rightarrow R_u$ et R_v ont au moins une frontière commune.
  - $\Leftrightarrow R_u$ et R_v peuvent être fusionnées.

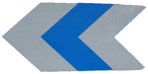



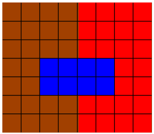



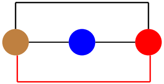
- Peu pratique pour des critères basés contours ou utilisant l'information contour ☹.
- Solution : Ajouter des arêtes. Mais...

Limites des graphes simples

- Soit $G = (V, E)$,
  - $e = (u, v) \in E \Rightarrow R_u$ et R_v ont au moins une frontière commune.
  - $\Leftrightarrow R_u$ et R_v peuvent être fusionnées.

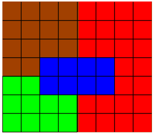


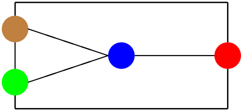




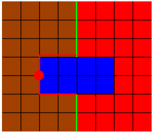
- Peu pratique pour des critères basés contours ou utilisant l'information contour ☹.
- Solution : Ajouter des arêtes. Mais. . .

Limite des graphes simples : Illustration



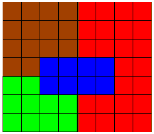
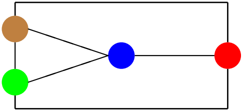


- Identifier les deux sommets, supprimer l'arête,
- Supprimer les boucles,
- Supprimer les arêtes doubles.

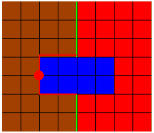
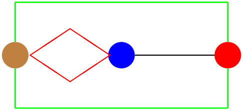


- Les arêtes doubles redondantes «n'entourent» rien.

Limite des graphes simples : Illustration

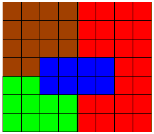



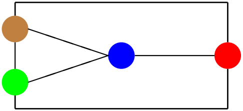
- Identifier les deux sommets, supprimer l'arête,
- Supprimer les boucles,
- Supprimer les arêtes doubles.

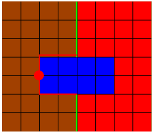
- Les arêtes doubles redondantes «n'entourent» rien.

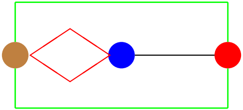
Limite des graphes simples : Illustration





- Identifier les deux sommets, supprimer l'arête,
- Supprimer les boucles,
- Supprimer les arêtes doubles.

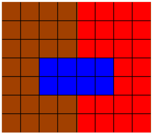


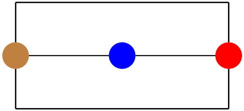


- Les arêtes doubles redondantes «n'entourent» rien.

Graphes duaux : Définition

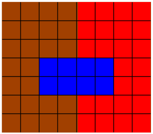
- Modèle des graphes duaux : $(G, \overline{G})$
- $G = (V, E)$ non simple,
  - ◯ code l'extérieur de l'image
- $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$
  - $\overline{V}$: un sommet de $\overline{G}$ par face de G.
  - $\overline{E}$: chaque $\overline{e} \in \overline{E}$ coupe une et une seule arête de E.

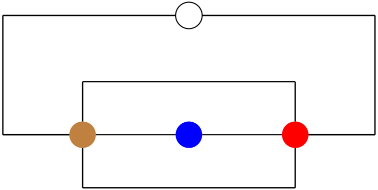




Graphes duaux : Définition

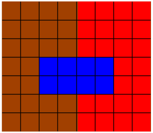
- Modèle des graphes duaux : $(G, \overline{G})$
- $G = (V, E)$ non simple,
  - $\bigcirc$ code l'extérieur de l'image
- $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$
  - $\overline{V}$: un sommet de $\overline{G}$ par face de G.
  - $\overline{E}$: chaque $\overline{e} \in \overline{E}$ coupe une et une seule arête de E.

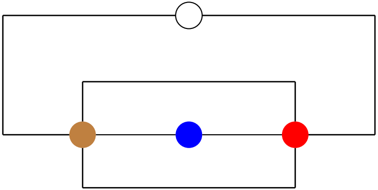




Graphes duaux : Définition

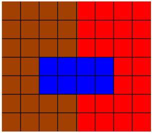
- Modèle des graphes duaux : $(G, \overline{G})$
- $G = (V, E)$ non simple,
  - ◯ code l'extérieur de l'image
- $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$
  - $\overline{V}$: un sommet de $\overline{G}$ par face de G.
  - $\overline{E}$: chaque $\overline{e} \in \overline{E}$ coupe une et une seule arête de E.

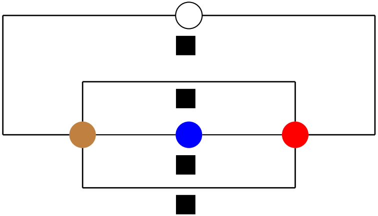




Graphes duaux : Définition

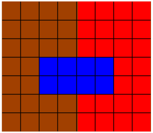
- Modèle des graphes duaux : $(G, \overline{G})$
- $G = (V, E)$ non simple,
  - ◯ code l'extérieur de l'image
- $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$
  - $\overline{V}$: un sommet de $\overline{G}$ par face de G.
  - $\overline{E}$: chaque $\overline{e} \in \overline{E}$ coupe une et une seule arête de E.

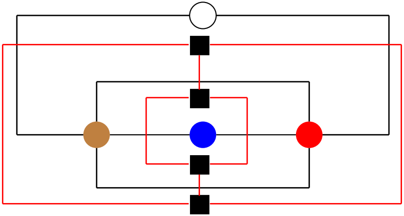




Graphes duaux : Définition

- Modèle des graphes duaux : $(G, \overline{G})$
- $G = (V, E)$ non simple,
  - ◯ code l'extérieur de l'image
- $\overline{G} = (\overline{V}, \overline{E})$
  - $\overline{V}$: un sommet de $\overline{G}$ par face de G.
  - $\overline{E}$: chaque $\overline{e} \in \overline{E}$ coupe une et une seule arête de E.



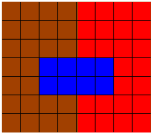


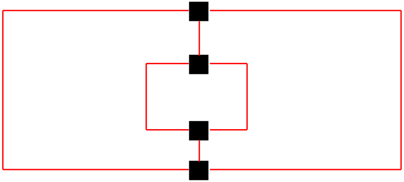
Graphe duaux : propriétés

- L'opérateur dual est une involution :$\overline{\overline{G}} = G$
- On a une correspondance $1-1$ entre les arêtes de G et $\overline{G}$
- Une boucle de G est un pont de $\overline{G}$ et vice versa.
- Toute contraction dans G implique une suppression dans $\overline{G}$
- Toute suppression dans G implique une contraction dans $\overline{G}$

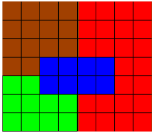
Graphe duaux : propriétés

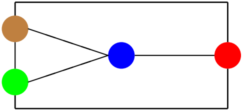
- Si les sommets de G codent les régions alors les sommets de $\overline{G}$ codent les intersections de frontières (et vice versa).
- Les arêtes codent les frontières de la partition.



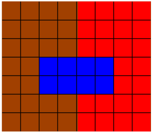


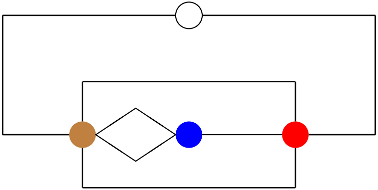
Caractérisation des arêtes doubles



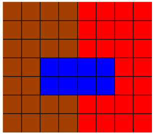


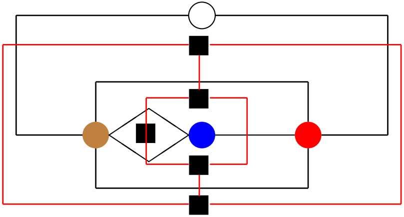
Caractérisation des arêtes doubles





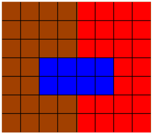
Caractérisation des arêtes doubles

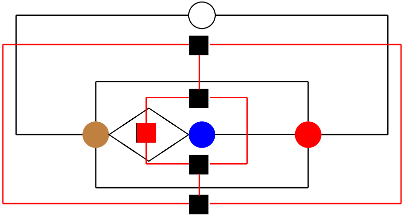




Caractérisation des arêtes doubles

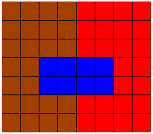
- Une arête double est redondante si elle appartient à un sommet dual de degré deux.

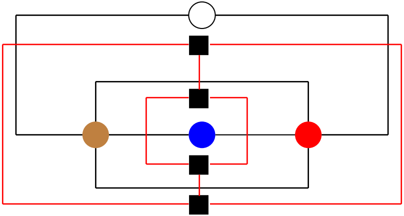




Caractérisation des arêtes doubles

- Une arête double est redondante si elle appartient à un sommet dual de degré deux.

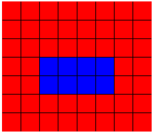


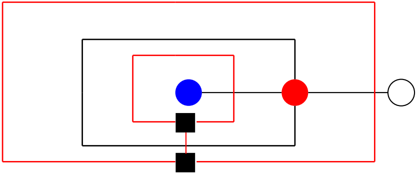


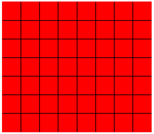
- Il suffit donc de supprimer tous les sommets de $\overline{G}$ de degré 2.

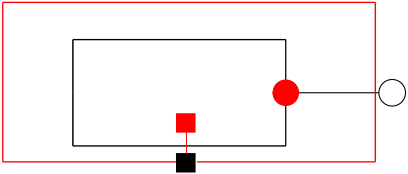
Traitement des boucles

- Une
  boucle est redondante si elle définit un sommet dual de degré 1.



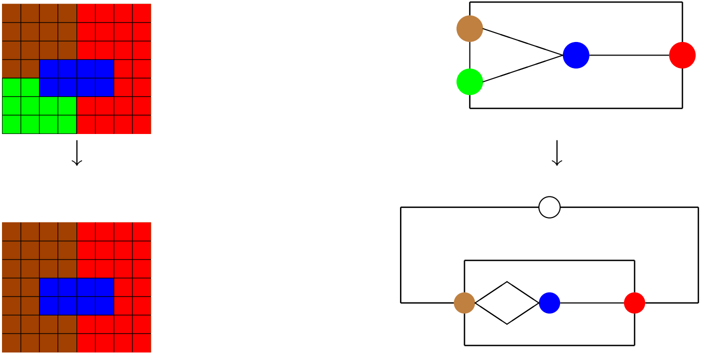






Fusions de deux régions

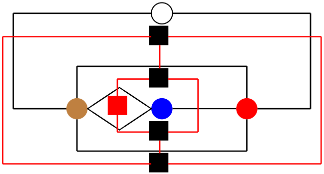
- contracter dans G une des arêtes codant l'adjacence des régions,
- Supprimer l'arête correspondante dans $\overline{G}$,



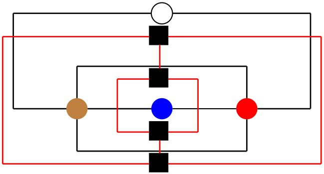
- Contracter dans $\overline{G}$ une des arête incidente aux sommets f tels que $d(f) \leq 2$.

Fusions de deux régions

- contracter dans G une des arêtes codant l'adjacence des régions,
- Supprimer l'arête correspondante dans $\overline{G}$,
- Contracter dans $\overline{G}$ une des arête incidente aux sommets f tels que $d(f) \leq 2$.



$\longrightarrow$



- Supprimer les arêtes correspondantes dans G(boucles, arêtes doubles).

Fusions de deux régions

- contracter dans G une des arêtes codant l'adjacence des régions,
- Supprimer l'arête correspondante dans $\overline{G}$,
- Contracter dans $\overline{G}$ une des arête incidente aux sommets f tels que $d(f) \leq 2$.
- Supprimer les arêtes correspondantes dans G(boucles, arêtes doubles).

Fusions de deux régions

	Graphe duaux	Graphes simples(RAG)
Étape 1	contraction d'arête	contraction d'arête
Étape 2	suppression des boucles entourant $f \in \overline{V}$ tel que $d(f) = 1$	suppression de toutes les boucles
Étape 3	suppression des arêtes doubles entourant $f \in \overline{V}$ tel que $d(f) = 2$	suppression de toutes les arêtes doubles

Bilan

- Les graphes simples et graphes duaux sont des structures dévolues aux approches ascendantes.
- Contrairement aux graphes simples, les graphes duaux permettent :
  - d'associer une arête/ frontière entre région,
  - de caractériser l'existence de relations d'inclusion.
- En revanche :
  - Les graphes duaux nécessitent de stocker et mettre à jour deux graphes (G et $\overline{G}$).
  - Ils ne permettent pas de coder les relations d'inclusions.

Bilan

- ☹ Les graphes simples et graphes duaux sont des structures dévolues aux approches ascendantes.
- Contrairement aux graphes simples, les graphes duaux permettent :
  - ☺ d'associer une arête/ frontière entre région,
  - ☺ de caractériser l'existence de relations d'inclusion.
- En revanche :
  - ☹ Les graphes duaux nécessitent de stocker et mettre à jour deux graphes (G et $\overline{G}$).
  - ☹ Ils ne permettent pas de coder les relations d'inclusions.

Bilan

- ☹ Les graphes simples et graphes duaux sont des structures dévolues aux approches ascendantes.
- Contrairement aux graphes simples, les graphes duaux permettent :
  - ☺ d'associer une arête/ frontière entre région,
  - ☺ de caractériser l'existence de relations d'inclusion.
- En revanche :
  - ☹ Les graphes duaux nécessitent de stocker et mettre à jour deux graphes (G et $\overline{G}$).
  - ☹ Ils ne permettent pas de coder les relations d'inclusions.

Bilan

- Ce que l'on voudrait :
  1. Ne pas être restreint aux fusions,
  2. Stocker et mettre à jour une seule structure,
  3. Coder ou pouvoir calculer efficacement les relations d'inclusions.
- Existe t'il un modèle répondant à ces exigences ?
  - 🙂 Oui.

Bilan

- Ce que l'on voudrait :
  1. Ne pas être restreint aux fusions,
  2. Stocker et mettre à jour une seule structure,
  3. Coder ou pouvoir calculer efficacement les relations d'inclusions.
- Existe t'il un modèle répondant à ces exigences ?
  - Oui.

Bilan

- Ce que l'on voudrait :
  1. Ne pas être restreint aux fusions,
  2. Stocker et mettre à jour une seule structure,
  3. Coder ou pouvoir calculer efficacement les relations d'inclusions.
- Existe t'il un modèle répondant à ces exigences ?
  - Oui.

Bilan

- Ce que l'on voudrait :
  1. Ne pas être restreint aux fusions,
  2. Stocker et mettre à jour une seule structure,
  3. Coder ou pouvoir calculer efficacement les relations d'inclusions.
- Existe t'il un modèle répondant à ces exigences ?
  - Oui.

Bilan

- Ce que l'on voudrait :
  1. Ne pas être restreint aux fusions,
  2. Stocker et mettre à jour une seule structure,
  3. Coder ou pouvoir calculer efficacement les relations d'inclusions.
- Existe t'il un modèle répondant à ces exigences ?
  - Oui.

Les cartes combinatoires

- Définitions de base
  - Ensemble D
  - Permutation : application bijective de D dans D
    - Orbites de b dans D suivant π

      $$<\pi>(b) = \{b, \pi(b), \pi^2(b), \ldots, \pi^n(b)\}$$

      avec $n \leq |D|$.
    - Décomposition en cycles : $\pi^*(b)$ restriction de π à $<\pi>(b)$.

      $$\pi = \pi^*(b_1) \ldots, \pi^*(b_p)$$

Les cartes combinatoires

- Définitions de base
  - Ensemble D
  - Permutation : application bijective de D dans D
    - Orbites de b dans D suivant π

$$< \pi > (b) = \{b, \pi(b), \pi^2(b), \ldots, \pi^n(b)\}$$

avec $n \leq |D|$.

- Décomposition en cycles : $\pi^*(b)$ restriction de π à $< \pi > (b)$.

$$\pi = \pi^*(b_1) \ldots, \pi^*(b_p)$$

Les cartes combinatoires

- Définitions de base
  - Ensemble D
  - Permutation : application bijective de D dans D
    - Orbites de b dans D suivant π

$$< \pi > (b) = \{b, \pi(b), \pi^2(b), \ldots, \pi^n(b)\}$$

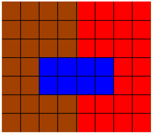
avec $n \leq |D|$.

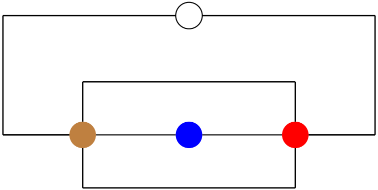
    - Décomposition en cycles : $\pi^*(b)$ restriction de π à $< \pi > (b)$.

$$\pi = \pi^*(b_1) \ldots, \pi^*(b_p)$$

Cartes Combinatoires : Les arêtes

- $G = (\mathcal{D}, \sigma, \alpha)$

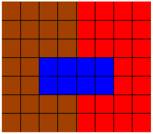


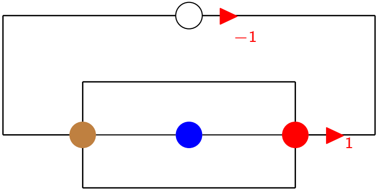


- Chaque arête est découpée en deux demis arêtes appelées brins.
- Les deux brins d'une même arête sont liés par une involution $\alpha : \alpha(1) = -1, \alpha(-1) = 1$

Cartes Combinatoires : Les arêtes

- $G = (\mathcal{D}, \sigma, \alpha)$

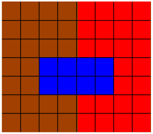


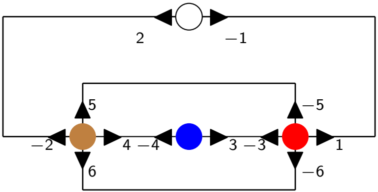


- Chaque arête est découpée en deux demis arêtes appelées brins.
- Les deux brins d'une même arête sont liés par une involution $\alpha : \alpha(1) = -1, \alpha(-1) = 1$

Cartes Combinatoires : Les arêtes

- $G = (\mathcal{D}, \sigma, \alpha)$

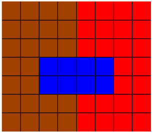


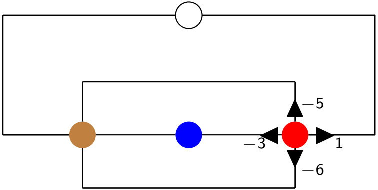


$$\mathcal{D} = \{-6, \dots, -1, 1, \dots, 6\}$$
$$\forall b \in \mathcal{D}\ \alpha(b) = -b$$

$$\alpha = (1, -1)(2, -2)(3, -3)(4, -4)(5, -5)(6, -6)$$

Les sommets

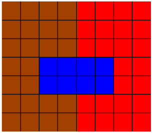


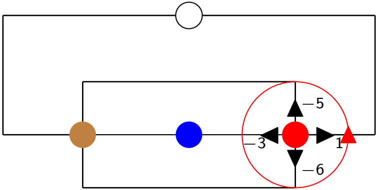


- Les sommets sont codés par les cycles de σ.
- $\sigma^*(b)$ correspond à la suite de brins rencontrés en tournant dans le sens positif autour du sommet contenant b.

$$\sigma^*(1) = (1, -5, -3, -6)$$

Les sommets

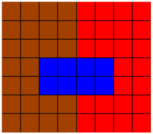


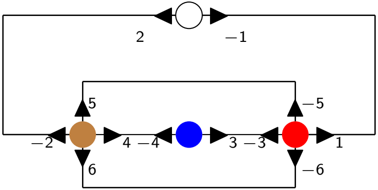


- Les sommets sont codés par les cycles de σ.
- $\sigma^*(b)$ correspond à la suite de brins rencontrés en tournant dans le sens positif autour du sommet contenant b.

$$\sigma^*(1) = (1, -5, -3, -6)$$

Les sommets



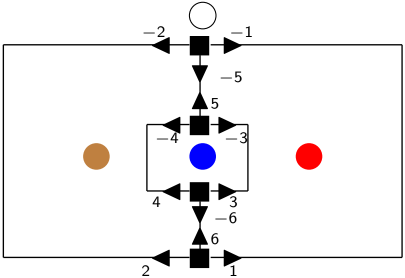


$$\sigma = (1, -5, -3, -6)(6, 4, 5, -2)(2, -1)(3, -4)$$

Calcul du dual

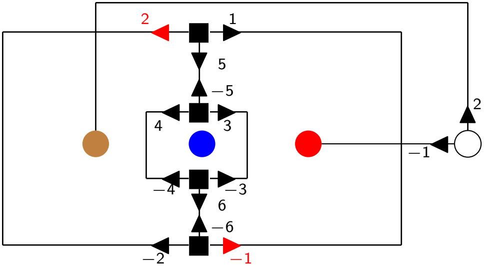
- Si $G = (\mathcal{D}, \sigma, \alpha)$ alors $\overline{G} = (\mathcal{D}, \varphi = \sigma \circ \alpha, \alpha)$.
- Les cycles de φ codent les faces de la carte duale (et donc la carte duale).

$$\varphi = (-2, -1, -5)(-4, 5, -3)(4, 3, -6)(2, 6, 1)$$



Les faces infinies

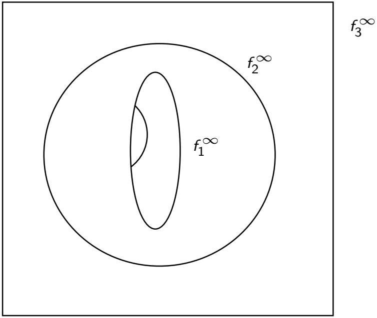
- Si σ code le sens positif, tous les cycles de φ(faces) **sauf un** sont parcourus dans le sens horaire.
- Le cycle de φ parcouru dans le sens horaire est appelé la *face infinie*. Il code l'extérieur (le sommet ○) de la composante connexe codée par la carte. Les autres faces sont appellées des *faces finies*.



$$\varphi = (1, -6, -3, -5)(3, -4)(-2, 5, 4, 6)\color{red}{(-1, 2)}$$

Les faces infinies

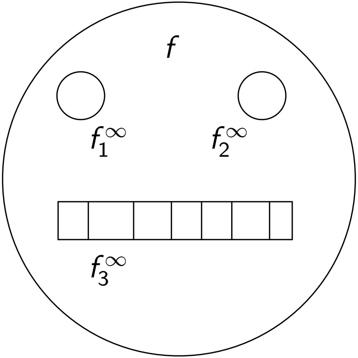
- On a une face infinie par composante connexe.



- On doit coder les relations d'inclusions entre ces composantes.

Un Codage explicite des relations d'inclusions

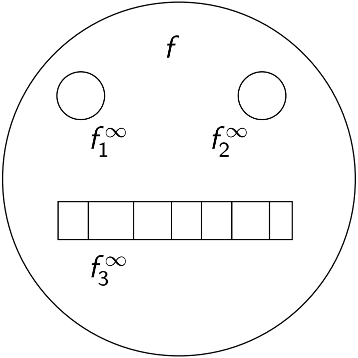
- **Pour toute face finie f :**, *fille*(f) faces infinies contenues dans f
- **Pour toute face infinie f^∞ :***mere*(f^∞) face infinie qui la contient.



$$\begin{aligned} fille(f) &= \{f_1^\infty, f_2^\infty, f_3^\infty\} \\ mere(f_1^\infty) &= mere(f_2^\infty) \\ &= mere(f_3^\infty) \\ &= f \end{aligned}$$

Un Codage explicite des relations d'inclusions

- **Pour toute face finie** f **:**, $fille(f)$ faces infinies contenues dans f
- **Pour toute face infinie** f^∞ **:**$mere(f^\infty)$ face infinie qui la contient.



$$
\begin{aligned}
fille(f) &= \{f_1^\infty, f_2^\infty, f_3^\infty\} \\
mere(f_1^\infty) &= mere(f_2^\infty) \\
&= mere(f_3^\infty) \\
&= f
\end{aligned}
$$

Un Codage explicite des relations d'inclusions

- **Pour toute face finie** f **:**, $\mathit{fille}(f)$ faces infinies contenues dans f
- **Pour toute face infinie** f^∞ **:**$\mathit{mere}(f^\infty)$ face infinie qui la contient.
- ⚠ : L'insertion d'une composante connexe nécessite des informations géométriques $\Rightarrow$ Combinaisons Carte/modèle géométrique.

http ://www.greyc.ensicaen.fr/ luc/ARTICLES/ecole_d_ete2.odp

Cartes Combinatoires : Bilan

- Codage implicite du dual : On travaille avec un seul graphe
- On code explicitement l'orientation
- Associées aux frontières inter-pixels les cartes permettent :
  - De coder une partition en alternant découpes/fusions,
  - De coder les relations d'inclusions,
  - d'accéder aux informations géométriques et topologiques.

  http ://www.greyc.ensicaen.fr/~luc/ARTICLES/ecole_d_ete2.odp
- Elles peuvent de plus être étendues à des dimensions supérieures (3D,4D,. . .nD).