La couleur

Luc Brun

25 janvier 2018

Powered by GMIC

Physique et couleur

- Kandinsky : « *La couleur est la touche. L'oeil est le marteau. L'âme est le piano aux cordes nombreuses. . . .Il est donc clair que l'harmonie des couleurs doit reposer uniquement sur le principe de l'entrée en contact efficace avec l'âme humaine* »
- En plus clair : la couleur est une sensation physiologique très différente des phénomènes physiques dont elle est issue.

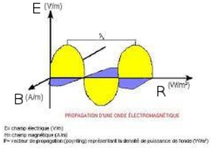
Le champ électro magnétique

Le phénomène de couleur est produit par l'interaction d'un rayon lumineux avec l'oeil. Ce rayon est défini par :

- **Un champ électro statique** E (Volt mètre $^{-1}$) crée par la présence de particules chargées
- **Un champ électro magnétique** B crée par la circulation de particules chargées (donc un courant électrique).
- Ces deux quantités ne sont évidement pas indépendantes et sont liées par les équations de Maxwell :

$$rot(E) = \frac{\partial B}{\partial t}\,,\ rot(B) = \mu(i + \epsilon\frac{\partial E}{\partial t})$$

- La puissance par mètre carré ($W.m^{-2}$) d'une onde éléctromagnétique est exprimée par le vecteur de Poynting défini par :

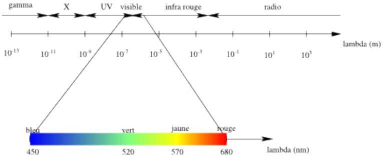


$$R = \frac{E \wedge B}{\mu}$$

décrit la direction suivant laquelle s'écoule l'énergie électromagnétique.

Ondes et Couleur

- La couleur est provoquée par le flux de vecteurs de Poyting associés à différentes longueurs d'ondes sur la surface des recepteurs de l'oeil.



- Impressions de couleur en fonction des longueurs d'ondes :
  - Autour de 450 nm : Impression de bleu
  - Entre 500 et 570 nm : impression de vert
  - Entre 570 et 600 nm : impression de Jaune
  - Entre 600 et 700 nm : impression de rouge.

Principales mesures physiques

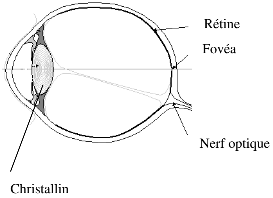
Irradiance : $(W.m^{-2})$ quantité d'énergie par unité de surface

Radiance : $(W.m^{-2}.sr^{-1})$ quantité d'énérgie par unité de surface et par unité d'angle solide.

Réflectance (ou BRDF) : (sr^{-1}) rapport entre la radiance émise par un patch dans une certaine direction et l'irradiance reçue.

Nom	Symbole	Définition	Unité
Flux d'énergie	$d\Phi$		W
Irradiance	I	$\frac{d\Phi}{dA}$	$W.m^{-2}$
Radiance	L	$\frac{d^2\Phi}{dA\cos(\theta_r)d\omega_r}$	$W.m^{-2}.sr^{-1}$
Réflectance	R	$\frac{L}{I}$	sr^{-1}

- L'oeil



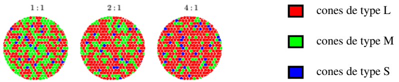
- Les récepteurs neuronaux
  - les bâtonnets : vision scotopique (à faible luminance), achromatiques, principalement dans les zones perifovéales et périphériques de la rétine.
  - Les cônes : vision photopique (luminance élevé) présents en région fovéale et parafovéale (jusqu'à 30.000 à 40.000 cônes sur un espace circulaire de 1 à 2 mm).

Les bâtonnets

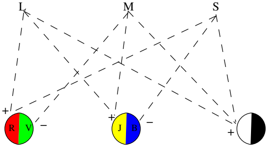
- Responsables de la vision scotopique (a faible luminance)
- Sont activés par la décomposition d'une hétéroprotéine (la rhodopsine) sous l'action de la lumière.
- La voie lente de régénération de la rhodopsine, utilise la vitamine A. Il faut 20 à 30 minutes pour reconstituer une quantité permettant une vision nocturne optimale.

Les cônes

- Se répartissent en 3 types :
  - L (long) : essentiellement associés au rouge,
  - M (medium) : essentiellement associés au vert,
  - S (short) : essentiellement associés au bleu.
- Répartition aléatoire dans la rétine malgrès des tendances.
- Réponse $\approx$ logarithmique à la puissance lumineuse.



- Le signal L, M, S est transformé en arrière de l'oeil en un nouveau triplet représentant des :
  - Opposition rouge-vert
  - Opposition bleu-Jaune
  - Luminance



- Il ne faut donc pas croire que l'espace (R, G, B) est le plus ≪ naturel ≫. Le cerveau ne traite pas de données (R, G, B).

- Hypothèse : l'influx nerveux d'un cône, disons l, est proportionel à l'irradiance de l'onde incidente pour chaque longueur d'onde : $\forall\lambda$ l'influx nerveux est donné par $l(\lambda)f(\lambda)$.
- L'impression colorée est donc mesurée par le triplet :

$$\left\{\begin{array}{lcl} c_1 & = & \int_{360}^{830} l(\lambda)f(\lambda)d\lambda \\ \\ c_2 & = & \int_{360}^{830} m(\lambda)f(\lambda)d\lambda \\ \\ c_3 & = & \int_{360}^{830} s(\lambda)f(\lambda)d\lambda. \end{array}\right.$$

- Les cônes (comme tout capteur) ont une résolution spaciale finie. On peut donc transformer les intégrales en sommes, modulo un échantillonage adéquat.

$$\left\{\begin{array}{rcl} c_1 & = & \sum_{i=1}^{N} l(\lambda_i)f(\lambda_i) \\ c_2 & = & \sum_{i=1}^{N} m(\lambda_i)f(\lambda_i) \\ c_3 & = & \sum_{i=1}^{N} s(\lambda_i)f(\lambda_i). \end{array}\right.$$

où $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ représente nos N échantillons.

- Si l'on pose :

$$S^t = \begin{pmatrix} l(\lambda_1) & \dots & l(\lambda_N) \\ m(\lambda_1) & \dots & m(\lambda_N) \\ s(\lambda_1) & \dots & s(\lambda_N) \end{pmatrix} \text{ on obtient } c = S^t f$$

- c correspond à la projection de f dans le sous espace de $\mathbb{R}^N$ engendré par l, m et s.
- Ce sous espace est appelé le sous espace Visuel Humain. Il décrit la partie des spectres que nous sommes capables de percevoir.

De l'algèbre à la colorimétrie

- Les vecteurs $l(\lambda_i), m(\lambda_i)$ et $s(\lambda_i)$ décrivent la sensibilité des différents cônes aux différentes longueurs d'ondes
- Difficile à mesurer, on va donc faire autrement.
- Soit p_1, p_2 et p_3 trois spectres colorimétriquement indépendants, i.e. tels que $S^t p_1, S^t p_2$ et $S^t p_3$ soient libres dans $\mathbb{R}^3$.
- Toute couleur $c = S^t f$ peut s'écrire comme une combinaison linéaire de ces trois vecteurs :

$$c = S^t f = \alpha_1(S^t p_1) + \alpha_2(S^t p_2) + \alpha_3(S^t p_3)$$

- L'équation :

$$c = S^t f = \alpha_1(S^t p_1) + \alpha_2(S^t p_2) + \alpha_3(S^t p_3)$$

- s'écrie également :

$$c = S^t f = S^t(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3)$$

ou

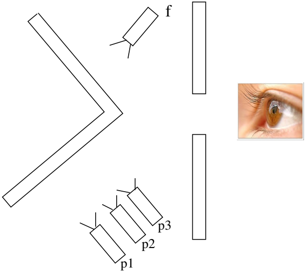
$$c = S^t f = S^t P \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$$

où $P = (p_1, p_2, p_3)$ représente la $N \times 3$ matrice de spectres de nos trois sources,

$$c = S^t f = S^t P \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$$

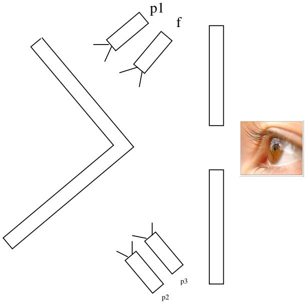
- $S^t P$ est une matrice 3×3 de vecteurs colonnes $(S^t p_1, S^t p_2, S^t p_3)$ donc inversible par hypothèse.
- L'impression coloré induite par f est définie par c peut donc se définir à partir de $\alpha(f) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$.
- La principale différence est que $\alpha(f)$ se mesure aisément par expériences d'appariement.

Appariement positif



- Pb : Certains coefficients α peuvent être négatifs (ex. α_1). On réalise alors l'appariement :

$$f - \alpha_1 p_1 = \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3.$$



- On peut donc associer à tout spectre 3 coefficients définissant l'impression colorée qui leur est associée grâce à l'appariement.
- Pb : On ne va pas faire cela pour tous les spectres...
- On utilise la linéarité.
- Soient $(f_i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$ un ensemble de spectres de coefficients $\alpha(f_i)_{i\in\{1,\ldots,n\}}$ et $g=\sum_{i=1}^n \beta_i f_i$.

$$
\begin{array}{rcrl}
S^t g & = & S^t & \sum_{i=1}^p \beta_i f_i \\
 & = & & \sum_{i=1}^p \beta_i S^t f_i \\
 & = & & \sum_{i=1}^p \beta_i S^t P \alpha(f_i) \\
 & = & S^t P & \sum_{i=1}^p \beta_i \alpha(f_i).
\end{array}
$$

- On peut donc définir l'impression colorée de n'importe quel spectre si on connait l'impression colorée d'une base de $\mathbb{R}^N$.
- Soient $(e_i)_{i\in\{1,\ldots,N\}}$ la base canonique de $\mathbb{R}^N$ et $(a_i = \alpha(e_i))_{i\in\{1,\ldots,N\}}$ leurs impressions colorées.

$$\text{On a : } \forall i \in \{1,\ldots,N\}\ S^t e_i = S^t P a_i.$$

  Ce que l'on résume par : $S^t I = S^t P A^t$
- $A^t = (a_1 \ldots a_N)$ est une matrice $3 \times N$ appelée la matrice d'appariement.
- a_{ik} : proportion de primaires p_i nécessaire pour réaliser l'appariement du spectre e_k.

Théorème fondamental de la colorimétrie

- On déduit du slide précédent : $A = S(P^t S)^{-1}$
- On a le théorème suivant :

  Deux spectres ayant la même image par A^t sont visuellement identiques. Autrement dit :

$$\forall (f, g) \in \mathbb{R}^N \quad S^t f = S^t g \iff A^t f = A^t g.$$

- Les couleurs peuvent donc être définies par S ou par A.
- La différence fondamentale est que A se défini simplement par N mesures d'appariement.

Le métamérisme

- L'impression colorée implique une projection d'un espace de dimension N à 3.
- Différents spectres peuvent donc être associés à une même sensation colorée.
- On distingue :
  - L'espace visuel humain, de dim 3,
  - l'espace orthogonal de dimension $N - 3$ associé à aucune sensation colorée et appelé l'espace noir

- La projection sur l'espace visuel humain est définie par $P_A = A(A^tA)^{-1}A^t$ et sur l'espace noir par $I - P_A$, tout spectre s'écrit donc :

$$f = P_A f + (I - P_A)f.$$

- Deux spectres associés à une même impression colorée sont dits métamère.
- L'ensemble des métamères d'un spectre f est défini par :

$$meta(f) = \{P_A f + (I - P_A)g, \quad g \in \mathbb{R}^N\}.$$

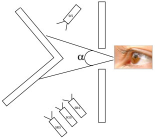
- On distingue les espaces couleurs standards définis par la CIE (Commission Internationale de l'Éclairage). Ces espaces peuvent toujours être définis à partir de spectres par des matrices d'appariement soit directement soir indirectement.
- Les espaces couleur non standard qui correspondent souvent à des transformations d'espaces existants.

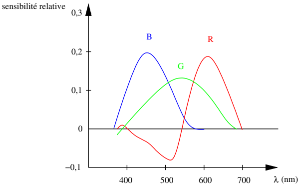
Les espaces CIE RGB

- Défini à partir de 3 primaires monochromatiques
  - 700,0 nanomètres pour le rouge,
  - 546,1 pour le vert,
  - 435,8 pour le bleu
- La puissance est ajustée de façon à ce que les 3 triplets soient identiques pour spectre d'égale énergie.
- On distingue différents espaces couleurs en fonction de l'angle α d'observation des deux spots :
  - l'espace CIE 1931 pour un angle de 2 degrés
  - Les espaces CIE 1964 4 et 10 degrés.

Les espaces CIE RGB

- Les différents angles des espaces CIE RGB et les courbes $r(\lambda), g(\lambda), b(\lambda)$.

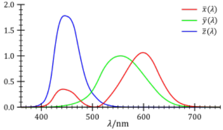




- Important : certaines couleurs ne peuvent pas être reproduites avec des coefficients positifs.
- C'est un résultat général : On ne peut pas représenter par des coefficients positifs toutes les couleurs visibles à partir de trois primaires visibles.

L'espace CIE XYZ

- Défini à partir de trois primaires non visibles.
  - Les fonctions d'appariement sont positives
  - La fonctions $y(\lambda)$ représente approximativement la sensibilité la luminosité.
  - Tout spectre d''égale énergie est associé à un triplet dont toutes les composantes sont égales.



- Conversions des espaces CIE 1931 RGB vers XYZ

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \frac{1}{.17697} \begin{pmatrix} 0.49 & 0.31 & 0.2 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.000 & 0.01 & 0.99 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Diagramme de Chromaticité xy

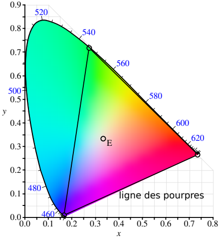
- $X + Y + Z$ représente l'intensité de la couleur. On effectue donc une projection :

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{X+Y+Z} \\ y &= \frac{Y}{X+Y+Z} \\ z &= \frac{Z}{X+Y+Z} \end{aligned}$$

- Notez que $x + y + z = 1$. Seuls x et y peuvent être manipulés.

Le spectrum Locus

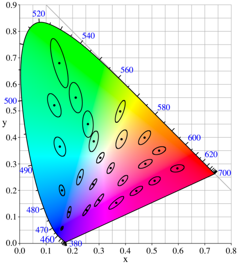
- Pour chaque longueur d'onde λ, on calcule $X_\lambda, Y_\lambda, Z_\lambda$ puis x_λ et y_λ.
- On obtient une courbe appelée le Spectrum Locus



- Toute couleur visible est un barycentre de (x_λ, y_λ) donc située dans le spectrum locus.

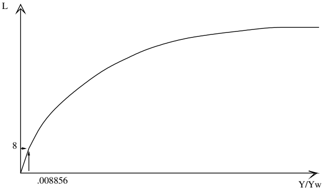
Les espaces uniformes

- Objectif : Définir une métrique entre couleurs qui corresponde à la perception des distances.
- C'est un problème local.
- Pb : Les expériences menées par Mac Adam vers le milieu des années 40 ont montrées que l'espace XYZ n'est pas uniforme.



Luminosité dans les espaces CIE Lu^*v^* et La^*b^*

$$L^* = 116 f(\frac{Y}{Y_w}) - 16 \text{ avec } f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{3}} & \text{si } x \geq 0.008856 \\ 7.787x + \frac{16}{116} & \text{si } x \leq 0.008856 \end{cases}$$

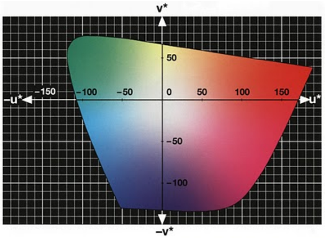


- Tient compte de l'intervention des batonets à faible luminance et de l'effet de saturation à haute luminance.
- (X_w, Y_W, Z_w) : blanc de référence.

L'espace CIE Lu^*v^*

$$\left\{ \begin{array}{rcl} u^* & = & 13L^*(u' - u'_w) \\ v^* & = & 13L^*(v' - v'_w) \end{array} \right.$$

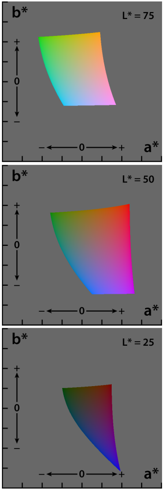
avec : $\left\{ \begin{array}{rcl} u' & = & \frac{4X}{X+15Y+3Z} \\ v' & = & \frac{9Y}{X+15Y+3Z} \end{array} \right.$ et $\left\{ \begin{array}{rcl} u'_w & = & \frac{4X_w}{X_w+15Y_w+3Z_w} \\ v'_w & = & \frac{9Y_w}{X_w+15Y_w+3Z_w} \end{array} \right.$



L'espace CIE La^*b^*

$$
\begin{aligned}
a^* &= 500\left[f\left(\frac{X}{X_w}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_w}\right)\right] \\
b^* &= 200\left[f\left(\frac{Y}{Y_w}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_w}\right)\right]
\end{aligned}
$$

où f correspond à la fonction utilisée pour définir L.



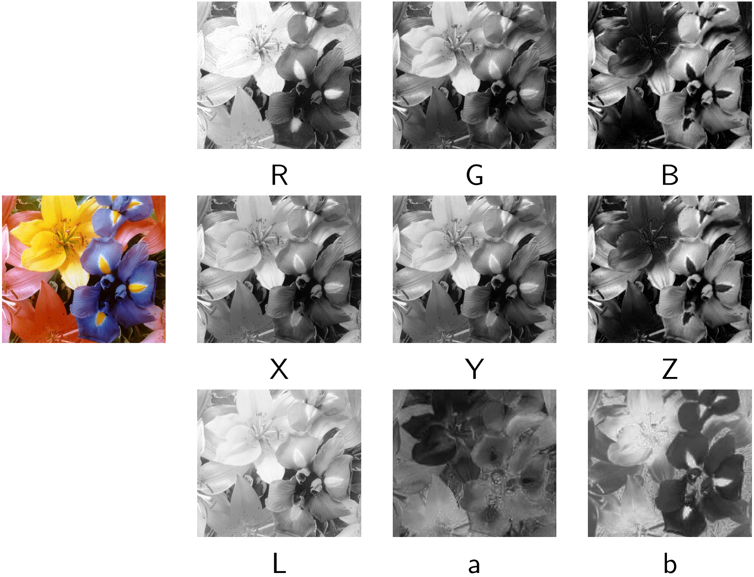
Distances dans les espaces uniformes

- Faire attention au fait que ces espaces ne sont qu'approximativement uniformes.
- Valable essentiellement pour des couleurs proches.
- On utilise la distance Euclidienne :
  - Espace Lu^*v^* :

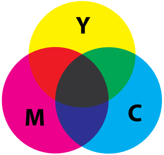
$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(L_1^* - L_2^*)^2 + (u_1^* - u_2^*)^2 + (v_1^* - v_2^*)^2}$$

  - Espace La^*b^* :

$$d(C_1, C_2) = \sqrt{(L_1^* - L_2^*)^2 + (a_1^* - a_2^*)^2 + (b_1^* - b_2^*)^2}$$


R
G
B
X
Y
Z
L
a
b

- Cyan, Magenta, Yellow et éventuellement blacK
- Essentiellement utilisé en imprimerie
- basés sur la synthèse soustractive
- Le noir s'obtient soit par superposition de pigments CMY soit avec un pigment noir (la composante K).



Le modèle YIQ

- Établi par le NTSC (National Television Sandards Committee) pour améliorer la compression et assurer la compatibilité avec les TV noir et blanc.
- Essentiellement utilisé en amérique (nord et sud) et au Japon.
- Matrice de conversion :

$$\begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.595716 & -0.274453 & -0.321263 \\ 0.211456 & -0.522591 & 0.311135 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

Le modèle *YUV*

- Même principe que *YIQ* mais pour les standards PAL/SECAM.
- Matrice de conversion :

$$\begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.14713 & -0.28886 & 0.436 \\ 0.615 & -0.51499- & 0.10001 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

L'espace $I_1 I_2 I_3$

- Introduit par Otha et al.
- Correspond aux principales directions de variations des couleurs dans une image « naturelle ».
- Matrice de transformation :

$$\left\{\begin{array}{lll} I_1 & = & \frac{R+G+B}{3} \\ I_2 & = & R-B \\ I_3 & = & \frac{2G-(R+B)}{2}. \end{array}\right.$$

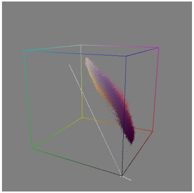


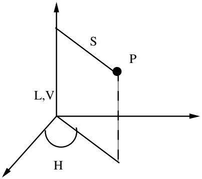
Image	λ_1	λ_2	λ_3	$\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}$
Lenna	2212	138	4	99%
Zelda	795	170	27	97%
Girl	2101	307	26	99%
House	1144	206	18	99%

Moyenne de $\frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}$ sur 105 images naturelles			
	Min	*Max*	*Mean*
$\frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}$	0.14%	7.07%	2.56%

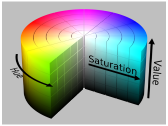
Les espaces de type LHS et HSV

- Passage de coordonnées cartésiennes en coordonnées cylindriques.
  - L code la luminance L (Lightness ou value en anglais),
  - H code la teinte (Hue en anglais) permet de déterminer la couleur souhaitée (rouge, vert, jaune, ...).
  - S la saturation (ou chroma en anglais) représente la distance d'une couleur à l'axe des blancs.
- Conversion de Lab en HSV :

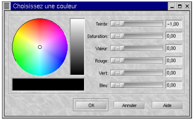
$$\begin{cases} L &= L^* \\ H &= arctan(\frac{a^*}{b^*}) \\ S &= \sqrt{(a^*)^2 + (b^*)^2} \end{cases}$$



Les espaces de type LHS et HSV



- Souvent utilisés pour spécifer des couleurs.



- Attention ! Bien que les espaces de type HSV soient plus naturels pour spécifer des couleurs, ils ne correspondent pas de fondements physiologiques.
- Pb de la discontinuité des angles pour le calcul des distances.

Y

u

v

I1

I2

I3

V

S

H